Gravitation : une planète à deux soleils comme Tatooine celle de Luke Skywalker dans *La Guerre des étoiles*

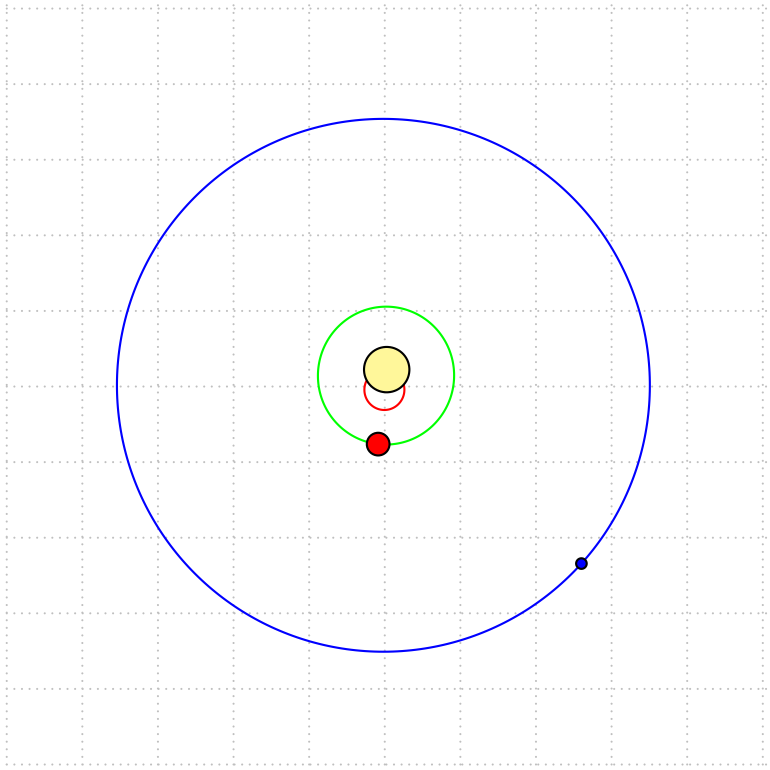
10 juillet 2012

1 La représentation avec les données de la NASA

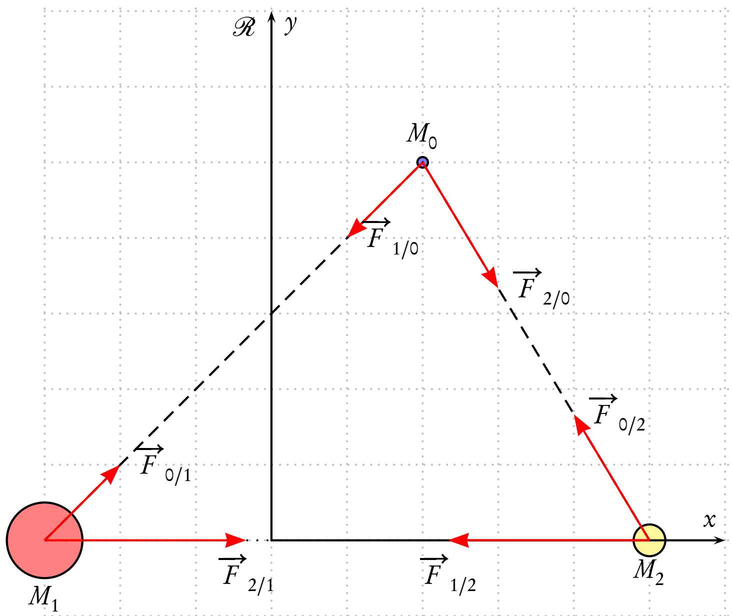
Ceci est une tentative pour essayer de schématiser une planète orbitant autour d'une étoile binaire, comme Kepler-16b. On parle dans ce cas-là d'une planète *circumbinaire*. Le site de la NASA dédié à cette planète[1], fournit un grand nombre de renseignements sur les étoiles et la planète, ce qui permet de reconstituer leurs trajectoires respectives. Voici les caractéristiques utiles pour le schéma et l'animation.

Paramètres	Valeurs
Étoile A	
Masse, $M_A(M_\odot)$	0.6897
Rayon, $R_A(R_\odot)$	0.6489
Étoile B	
Masse, $M_B(M_\odot)$	0.20255
Rayon, $R_B(R_\odot)$	0.22623
Planète b	
Masse, $M_b(M_♃)$	0.333
Rayon, $R_b(R_♃)$	0.7538
Orbite de l'étoile binaire	
Période(jours)	41.076
Demi-grand axe(ua) a_1	0.22431
Excentricité e_1	0.15944
Argument du périastre(deg) ω_1	263.464
Orbite de la planète circumbinaire	
Période(jours)	228.776
Demi-grand axe(ua)a_2	0.7048
Excentricité e_2	0.0069
Argument du périastre(deg) ω_2	318

[1] http://kepler.nasa.gov/Mission/discoveries/kepler16b/



2 La simulation avec PSTricks



Pour cela, on considère un système de trois corps en interaction gravitationnelle : l'étoile M_1 de masse m_1, l'étoile M_2 de masse m_2 constituant l'étoile binaire et une planète P notée M_0, de masse m orbitant autour de cette étoile double.

Avec : $\overrightarrow{r_{01}} = \overrightarrow{M_0M_1}$, $\overrightarrow{r_{02}} = \overrightarrow{M_0M_2}$ et $\overrightarrow{r_{12}} = \overrightarrow{M_1M_2}$ on pose :

- $\overrightarrow{r}_{01} = \overrightarrow{r}_1 - \overrightarrow{r}_0$
- $\overrightarrow{r}_{02} = \overrightarrow{r}_2 - \overrightarrow{r}_0$
- $\overrightarrow{r}_{12} = \overrightarrow{r}_2 - \overrightarrow{r}_1$

Chacune des forces s'exprime par :

$$\begin{cases} \overrightarrow{F}_{1/0} = \mathcal{G}\dfrac{m_1 m_0}{r_{10}^3}\overrightarrow{r_{01}} = -\overrightarrow{F}_{0/1} \\ \overrightarrow{F}_{2/0} = \mathcal{G}\dfrac{m_2 m_0}{r_{20}^3}\overrightarrow{r_{02}} = -\overrightarrow{F}_{0/2} \\ \overrightarrow{F}_{2/1} = \mathcal{G}\dfrac{m_1 m_2}{r_{12}^3}\overrightarrow{r_{12}} = -\overrightarrow{F}_{1/2} \end{cases}$$

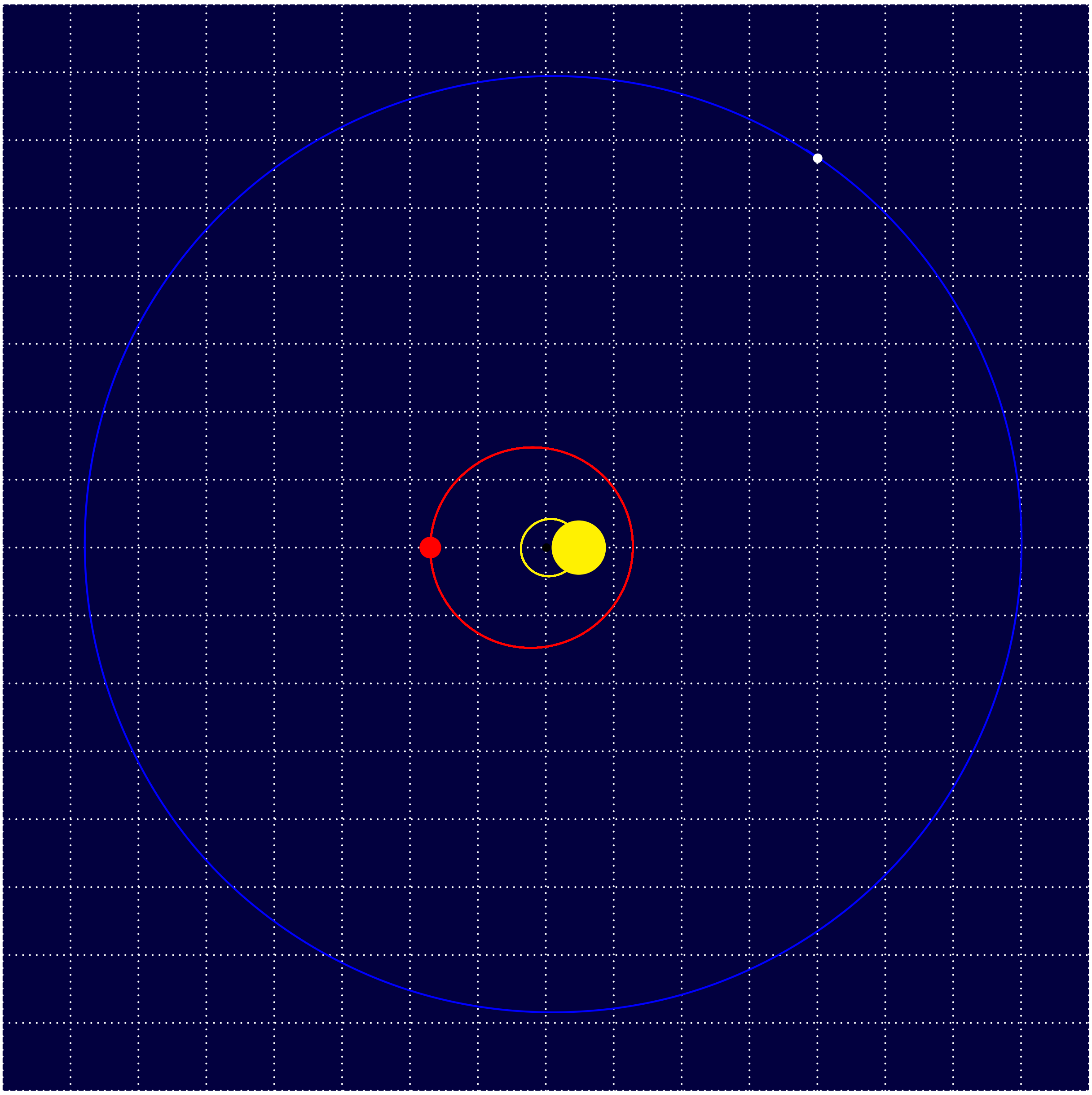
L'application de la loi de Newton à chacun des corps donne :

$$\begin{cases} m_0\dfrac{\mathrm{d}^2\overrightarrow{r_0}}{\mathrm{d}t^2} = \quad \mathcal{G}\dfrac{m_1 m_0}{r_{10}^3}\overrightarrow{r_{01}} + \mathcal{G}\dfrac{m_2 m_0}{r_{20}^3}\overrightarrow{r_{02}} \\ m_1\dfrac{\mathrm{d}^2\overrightarrow{r_1}}{\mathrm{d}t^2} = -\mathcal{G}\dfrac{m_0 m_1}{r_{10}^3}\overrightarrow{r_{01}} + \mathcal{G}\dfrac{m_1 m_2}{r_{12}^3}\overrightarrow{r_{12}} \\ m_2\dfrac{\mathrm{d}^2\overrightarrow{r_2}}{\mathrm{d}t^2} = -\mathcal{G}\dfrac{m_0 m_2}{r_{20}^3}\overrightarrow{r_{02}} - \mathcal{G}\dfrac{m_1 m_2}{r_{12}^3}\overrightarrow{r_{12}} \end{cases}$$

Ce qui conduit à un système de 6 équations différentielles :

$$\begin{cases} \ddot{x}_0 = \quad \mathcal{G}\dfrac{m_1}{r_{10}^3}(x_1 - x_0) + \mathcal{G}\dfrac{m_2}{r_{20}^3}(x_2 - x_0) \\ \ddot{y}_0 = \quad \mathcal{G}\dfrac{m_1}{r_{10}^3}(y_1 - y_0) + \mathcal{G}\dfrac{m_2}{r_{20}^3}(y_2 - y_0) \\ \ddot{x}_1 = -\mathcal{G}\dfrac{m_0}{r_{10}^3}(x_1 - x_0) + \mathcal{G}\dfrac{m_2}{r_{12}^3}(x_2 - x_1) \\ \ddot{y}_1 = -\mathcal{G}\dfrac{m_0}{r_{10}^3}(y_1 - y_0) + \mathcal{G}\dfrac{m_2}{r_{12}^3}(y_2 - y_1) \\ \ddot{x}_2 = -\mathcal{G}\dfrac{m_0}{r_{10}^3}(x_2 - x_0) - \mathcal{G}\dfrac{m_1}{r_{12}^3}(x_2 - x_1) \\ \ddot{y}_2 = -\mathcal{G}\dfrac{m_0}{r_{02}^3}(y_2 - y_0) - \mathcal{G}\dfrac{m_1}{r_{12}^3}(y_2 - y_1) \end{cases}$$

```
%    0     1     2     3     4     5     6     7     8    9      10    11
% y[0] y[1] y[2] y[3] y[4] y[5] y[6] y[7] y[8] y[9] y[10] y[11]
%  x0    y0  x'0  y'0    x1    y1  x'1  y'1    x2    y2    x'2    y'2
\def\GravAlgIIIcorps{%
  y[2]|y[3]|%
  M1*(y[4]-y[0])/((y[4]-y[0])^2+(y[5]-y[1])^2)^1.5+M2*(y[8]-y[0])/((y[8]-y[0])^2+(y[9]-y[1])^2)^1.5|%
  M1*(y[5]-y[1])/((y[4]-y[0])^2+(y[5]-y[1])^2)^1.5+M2*(y[9]-y[1])/((y[8]-y[0])^2+(y[9]-y[1])^2)^1.5|%
  y[6]|y[7]|%
  -M0*(y[4]-y[0])/((y[4]-y[0])^2+(y[5]-y[1])^2)^1.5+M2*(y[8]-y[4])/((y[8]-y[4])^2+(y[9]-y[5])^2)^1.5|%
  -M0*(y[5]-y[1])/((y[4]-y[0])^2+(y[5]-y[1])^2)^1.5+M2*(y[9]-y[5])/((y[8]-y[4])^2+(y[9]-y[5])^2)^1.5|%
  y[10]|y[11]|%
  -M0*(y[8]-y[0])/((y[8]-y[0])^2+(y[9]-y[1])^2)^1.5-M1*(y[8]-y[4])/((y[8]-y[4])^2+(y[9]-y[5])^2)^1.5|%
  -M0*(y[9]-y[1])/((y[8]-y[0])^2+(y[9]-y[1])^2)^1.5-M1*(y[9]-y[5])/((y[8]-y[4])^2+(y[9]-y[5])^2)^1.5}
```



3 Animation avec pst-eqdf et animate