Moirés : trame de H. Bouasse
Étude mathématique

Henri Bouasse (1917)
in *Vision et reproduction des formes et des couleurs*
Librairie Delagrave Paris

Systèmes de droites respectivement parallèles

1° — Considérons les deux faisceaux de droites respectivement parallèles :

$$x \cos\theta + y \sin\theta = bt + ct^2 \quad x\cos\theta - y\sin\theta = b\tau - c\tau^2 \tag{1}$$

Pour $t = \tau = 0$, nous avons les deux droites OS_2 et OS_1 ; elles font évidemment le même angle θ avec l'axe Oy.

Les courbes lieu des points d'intersection, qui correspondent aux petites diagonales des parallélogrammes, satisfont à la condition :

$$t - \tau = \mu = \text{constante}$$

Additionnons et retranchons les équations (1) :

$$\begin{aligned} 2x\cos\theta &= (b + c\mu)(t+\tau) \\ 2y\sin\theta &= b\mu + c(t^2+\tau^2) = b\mu + c(\mu^2 + 2t\tau) \end{aligned}$$

Pour parfaire l'élimination, on s'appuyera sur la relation :

$$(t+\tau)^2 - 4t\tau = \mu^2$$

$$\text{D'où :} \qquad \frac{4x^2\cos^2\theta}{(b+c\mu)^2} - \frac{4y\sin\theta}{c} + \frac{2b\mu}{c} + \mu^2 = 0 \tag{2}$$

Les courbes cherchées sont donc des paraboles qui ont Oy pour axe commun.

Leurs sommets sont aux points :

$$y = \frac{\mu(2b + c\mu)}{4\sin\theta} \tag{3}$$

2° — En pratique le paramètre c étant très petit devant b, les équations se simplifient.

L'équation (2) devient :

$$\frac{4x^2\cos^2\theta}{b^2} - 4y\sin\theta + 2b\mu = 0$$

C'est la même parabole pour toutes les valeurs de μ glissant parallèlement Oy. Les sommets sont aux points :

$$y = \mu b \,:\, 2\sin\theta \tag{4}$$

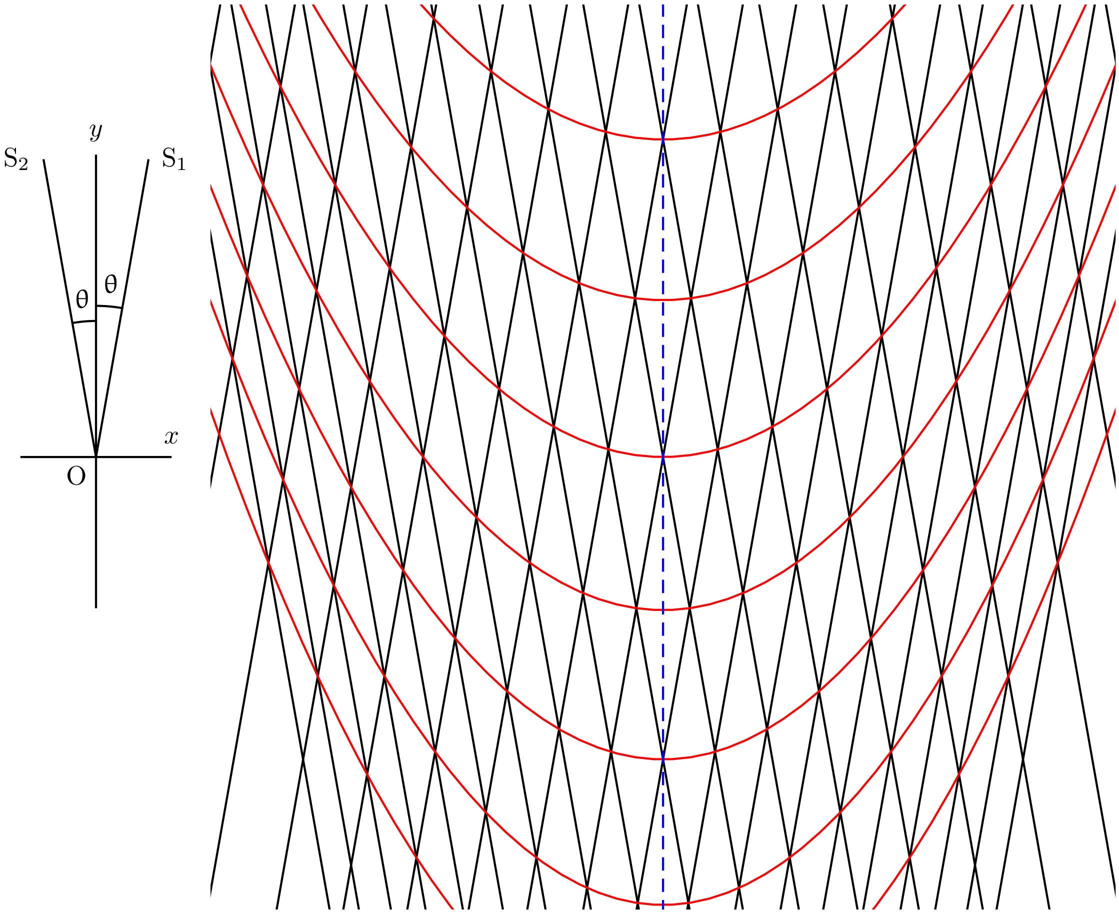

FIGURE 1 – Moiré : droites parallèles

Le rayon de courbure au sommet de la parabole est :

$$\mathrm{R} = \frac{b^2}{2c}\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}$$

Si les droites parallèles sont équidistantes ($c = 0$), les paraboles sont des droites (4) ; autrement dit, leur rayon de courbure au sommet devient infini.

3° — Pour faire l'expérience on trace à l'encre de Chine sur une feuille de papier 51 traits parallèles, longs de 20 cm (par exemple), et dont la distance les uns par rapport aux autres croît (de 2 mm pour les eux premiers, à 3 mm pour les deux derniers) suivant la formule :

$$s = 2t + 0.01t^2$$

On photographie en réduisant à la moitié ou au quart. On fait deux diapositifs[1]. On réalise le phénomène après retournement de l'un d'eux.

1. orthographe de l'époque.