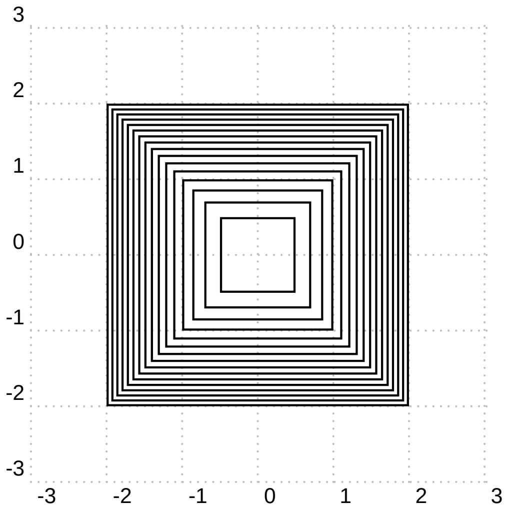
Franges des moirés des trames de Newton
Étude mathématique

8 novembre 2011



Les abscisses des bords du côté $x > 0$ sont dans la progression : $x_n = \dfrac{\sqrt{n}}{2}$. Ainsi l'aire comprise entre 2 carrés consécutifs est toujours égale à l'aire du carré central 1.

On s'intéresse pour simplifier le problème aux côtés droits. On considère deux familles, l'une ayant subi une rotation d'un angle α et l'autre de $-\alpha$. Les équations de ces deux familles sont :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} y \sin\alpha + x\cos\alpha & = & \frac{\sqrt{m}}{2} \\ -y\sin\alpha + x\cos\alpha & = & \frac{\sqrt{p}}{2} \end{array} \right.$$

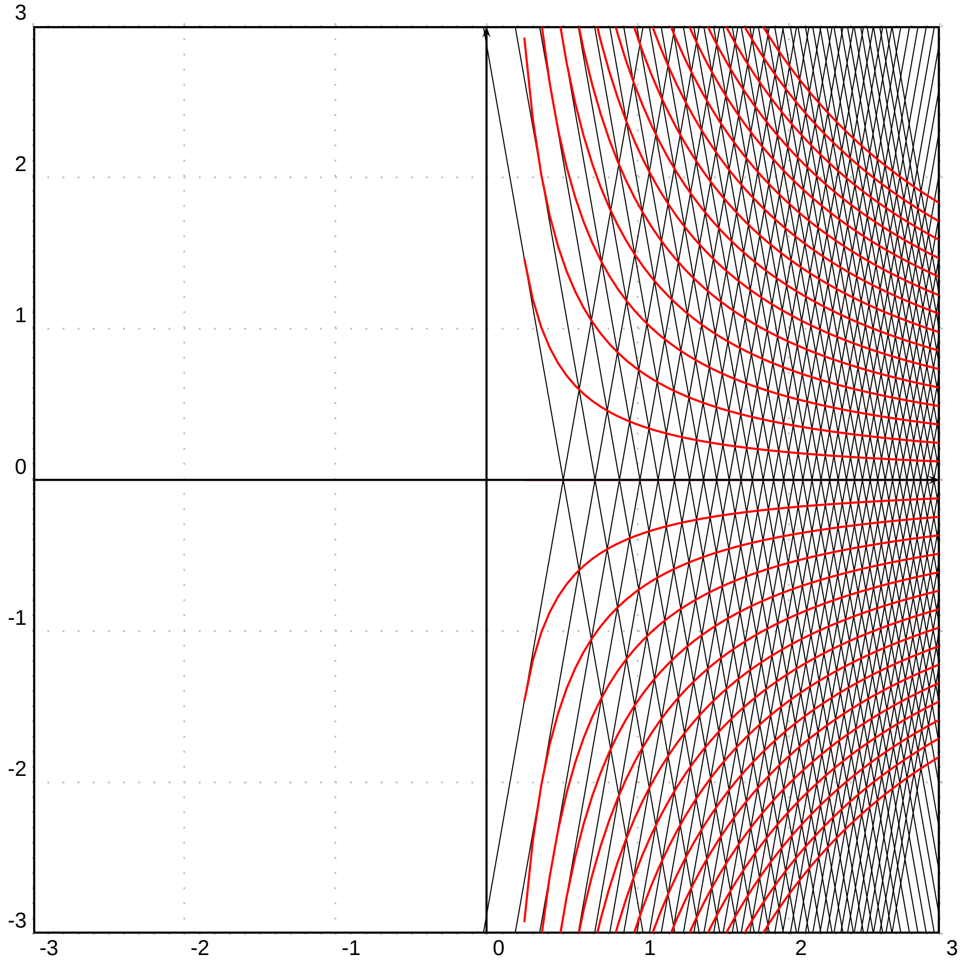
m et p étant deux entiers. On cherche à déterminer les points d'intersection de ces deux familles de droites. Additionnons et retranchons les deux équations :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x & = & \dfrac{\sqrt{m}+\sqrt{p}}{4\cos\alpha} \\ y & = & \dfrac{\sqrt{m}-\sqrt{p}}{4\sin\alpha} \end{array} \right.$$

Faisons le produit de ces deux équations.

$$xy = \frac{m-p}{16\sin\alpha\cos\alpha}$$

Les points d'intersection sont sur des familles d'hyperboles définies par le paramètre $m - p$. Traçons quelques hyperboles de cette famille.


3
2
1
0
-1
-2
-3
-3
-2
-1
0
1
2
3