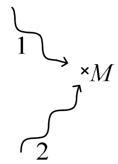
Chapitre 22 : Généralités sur les interférences

I Interférence de deux vibrations scalaires sinusoïdales synchrones

A) Amplitude et intensité résultantes



En M :

$A_1(t) = A_{1,0}\cos(\omega.t + \varphi_1) = \mathrm{Re}(\underline{A}_1 e^{-i\omega.t})$

$A_2(t) = A_{2,0}\cos(\omega.t + \varphi_2) = \mathrm{Re}(\underline{A}_2 e^{-i\omega.t})$

1) Amplitude résultante

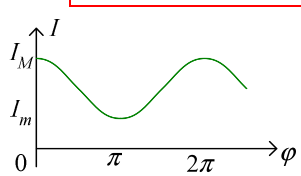
On a $A(t) = A_1(t) + A_2(t)$

Donc $\underline{A} = \underline{A}_1 + \underline{A}_2$

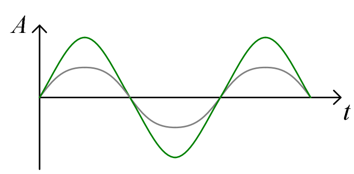
2) Intensité résultante

$$I = \underline{A}\underline{A}^* = \underline{A}_1\underline{A}_1^* + \underline{A}_2\underline{A}_2^* + \underline{A}_1\underline{A}_2^* + \underline{A}_2\underline{A}_1^*$$
$$= \underbrace{A_{1,0}^2}_{I_1} + \underbrace{A_{2,0}^2}_{I_2} + 2A_{1,0}A_{2,0}\cos(\underbrace{\varphi_2 - \varphi_1}_{\varphi})$$

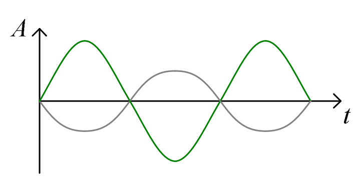
Donc $\boxed{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi}$



Si $\varphi = 0\ [2\pi]$, $I = I_M = (A_{1,0} + A_{2,0})^2$



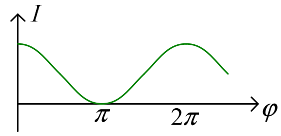
Si $\varphi = \pi\ [2\pi]$, $I = I_m = (A_{1,0} - A_{2,0})^2$



3) Cas particulier

Si $I_1 = I_2 = I_0$,

$I = 2I_0(1+\cos\varphi) = 4I_0 \cos^2 \frac{\varphi}{2}$



B) Condition d'interférence

1) Superposition des vibrations

Il faut pouvoir sommer les amplitudes : $A(t) = A_1(t) + A_2(t)$

- Pour les ondes électromagnétiques, cela découle des équations de Maxwell, qui sont linéaires.
- Dans d'autres domaines, ce n'est pas toujours vrai.

2) Vibrations scalaires

$\vec{E} = \vec{E}_1(t) + \vec{E}_2(t)$:

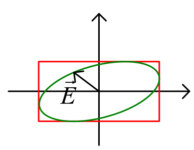
- Pour des ondes vectorielles de même direction :

$\vec{E}_1(t) = E_1(t)\vec{u}$, $\vec{E}_2(t) = E_2(t)\vec{u}$

Donc $\vec{E}(t) = E(t)\vec{u}$ où $E(t) = E_1(t) + E_2(t)$

- Ondes vectorielles orthogonales :

$\vec{E}_1 = E_{1,0}\cos(\omega.t + \varphi_1)\vec{u}_x$, $\vec{E}_2 = E_{2,0}\cos(\omega.t + \varphi_2)\vec{u}_y$

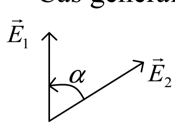


$\underline{\vec{E}} = \underline{E}_1\vec{u}_x + \underline{E}_2\vec{u}_y$

$I = \frac{1}{2\mu_0 c}\underline{\vec{E}} \cdot \underline{\vec{E}}^* = \frac{1}{2\mu_0 c}(\underline{E}_1\underline{E}_1^* + \underline{E}_2\underline{E}_2^*) = I_1 + I_2$

Il n'y a pas d'interférence.

- Cas général :



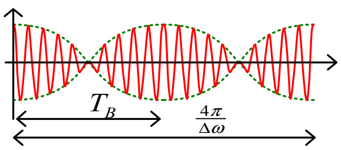
Il y aura un terme supplémentaire dans le produit $\frac{1}{2\mu_0 c}\underline{\vec{E}} \cdot \underline{\vec{E}}^*$, donc on aura une interférence.

On aura alors $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\alpha\cos\varphi$

3) Vibrations asynchrones

Si $A_1(t) = A_0 \cos \omega.t$, $A_2(t) = A_0 \cos((\omega + \Delta\omega)t)$ où $\Delta\omega << \omega$, on aura un phénomène de battements :

$$A(t) = 2A_0 \cos(\omega.t + \tfrac{\Delta\omega}{2}t)\cos(\tfrac{\Delta\omega}{2}t) = 2A_0 \underbrace{\cos(\omega.t)}_{\substack{\text{variation rapide} \\ T=\frac{2\pi}{\omega}}} \times \underbrace{\cos(\tfrac{\Delta\omega}{2}t)}_{\substack{\text{variation lente} \\ T_B=\frac{2\pi}{\Delta\omega}}}$$



Intensité : on a $I = 2 < A(t)^2 >= 8A_0^2 < \cos^2(\omega.t)\cos^2\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right) >$

Influence du détecteur :

Un détecteur ne détecte pas les variations en dessous d'un certain seuil (pour l'œil, $\tau_D = 4.10^{-2}\text{s}$)

On a pour tous les détecteurs $\tau_D >> T \sim 10^{-15}\text{s}$, donc le terme en $\cos^2 \omega.t$ est systématiquement moyenné par tous les détecteurs.

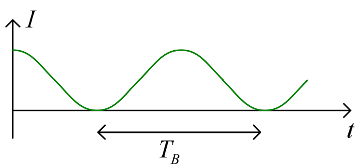
On peut par contre avoir τ_D inférieur ou supérieur à T_B

Pour un détecteur « lent » ($\tau_D >> T_B >> T$) :

On aura $I = 2A_0^2 = 2I_0$

Pour un détecteur « rapide » ($T_B >> \tau_D >> T$) :

$$I = 4A_0^2 \cos^2 \frac{\Delta\omega}{2}t = 4I_0 \cos^2 \frac{\Delta\omega}{2}t$$



4) Vibrations cohérentes

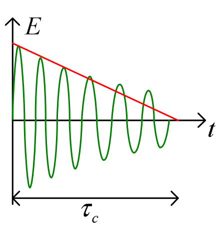
- Définition :

C'est lorsque $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ est indépendant de *t* (φ_1, φ_2 séparément peuvent en dépendre). Ainsi, $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi$ est indépendant de *t*.

- Temps de cohérence :

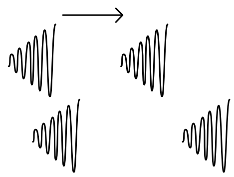
\- Emission de trains d'onde :

Un atome excité va rayonner un champ électromagnétique amorti :



La durée caractéristique de rayonnement τ_c s'appelle le temps de cohérence.

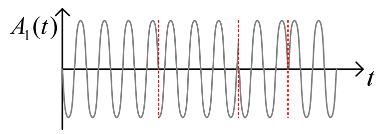
On aura donc des trains d'onde :



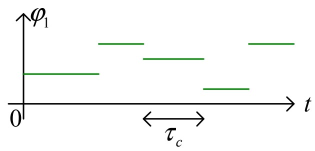
(Le premier graphe représente le champ *émis*, décroissant, donc le champ *reçu* est maximal au début puis diminue)

Autre modèle :

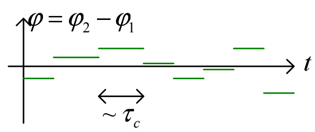
En M :



- Déphasage :



Donc pour la différence de phase :



- Intensité détectée :

On a

$$I = 2 < (A_{1,0}\cos(\omega.t+\varphi_1) + A_{2,0}\cos(\omega.t+\varphi_2))^2 >$$
$$= 2A_{1,0}^2 < \cos^2(\omega.t+\varphi_1) > +2A_{2,0}^2 < \cos^2(\omega.t+\varphi_2) >$$
$$+ A_{1,0}A_{2,0}(< \cos(2\omega.t+\varphi_1+\varphi_2) > + < \cos(\varphi_1-\varphi_2) >)$$

- Détecteur lent :

On a $\tau_D >> \tau_c >> T$

Donc en moyenne $I = 2(\frac{1}{2}A_{1,0}^2 + \frac{1}{2}A_{2,0}^2) = I_1 + I_2$

- Détecteur rapide :

On a $\tau_c >> \tau_D >> T$

Donc $I = 2(\frac{1}{2}A_{1,0}^2 + \frac{1}{2}A_{2,0}^2 + A_{1,0}A_{2,0}\cos(\varphi_2-\varphi_1)) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi(t)$

Remarque :

La détection dépend de la source (τ_c), du détecteur (τ_D).

Pour les sources classiques (lampe), on a $\tau_c << \tau_D$ quel que soit le détecteur

Pour des lasers, on peut avoir $\tau_D < \tau_c$ (on a des grands trains d'onde)

Pour des ondes hertziennes : au choix (selon l'antenne émettrice)

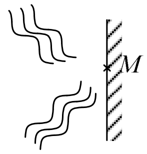
- Conclusion opérationnelle :
- Si $\tau_D < \tau_c$, alors les vibrations sont cohérentes pour le détecteur : on peut sommer les vibrations : $\underline{A} = \underline{A}_1 + \underline{A}_2$

Donc $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi$ (interférence)

- Si $\tau_c < \tau_D$, les vibrations ne sont pas cohérentes, et $I = I_1 + I_2$.

(pas d'interférence)

C) Figure d'interférence



Champ d'interférence : zone où les vibrations se superposent et où on est susceptible d'observer des interférences

1) Ordre d'interférence (en *M*)

On pose $p = \dfrac{\varphi}{2\pi}$, ordre d'interférence.

2) Différence de marche (en *M*)

On pose $\delta = \dfrac{\varphi}{2\pi}\lambda_0$.

Ainsi, $I = I_M \Leftrightarrow \varphi = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow p = k, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \delta = k\lambda_0, k \in \mathbb{Z}$

Et $I = I_m \Leftrightarrow \varphi = (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow p = k + \frac{1}{2}, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \delta = (k + \frac{1}{2})\lambda_0, k \in \mathbb{Z}$

D) Aspect corpusculaire des interférences

1) Dualité onde–corpuscule

- On explique les interférences avec un aspect ondulatoire.

Comment les expliquer avec des flux de photons ?

(Les photons n'interagissent pas les uns avec les autres)

- Point de vue quantique :
  - Un photon n'a de réalité physique qu'une fois qu'il a été détecté (On ne parle pas normalement de « flux de photons »)
  - Ce qui est important, c'est la probabilité *dp* qu'il soit dans un volume $d\tau$ si on tente de le détecter dans ce volume.

2) Interprétation quantique des interférences

Les endroits où *E* est important sont là où on a la plus grande probabilité de trouver des photons : $\dfrac{dp}{d\tau} \propto E^2$

Ainsi, ce sont les densités de probabilité qui interfèrent entre elles, et non les photons.

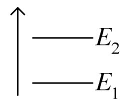
II Sources lumineuses

A) Emission lumineuse

1) Sources classiques

- Atome :

Pour un atome à deux niveaux d'énergie :



Une décharge électrique permet à un atome dans son état fondamental (E_1) d'être excité et atteindre E_2. Il va ensuite se désexciter et émettre un photon.

- Fréquence de vibration :

On a $h\nu_0 = E_2 - E_1$

Remarque :

Ce n'est pas tout à fait vrai :

Déjà, le rayonnement ne peut pas être monochromatique car il est de longueur finie

L'atome étant isolé, la quantité de mouvement de l'ensemble photon + atome ne change pas, et l'atome part donc en arrière. Ainsi, une partie de l'énergie $E_2 - E_1$ sera laissée à l'atome.

- Durée du train d'onde

(1) Modèle statistique :

On considère une collection d'atomes excités, N_0 à l'instant $t = 0$.

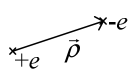
A l'instant *t*, on note $N(t)$ le nombre d'atomes restant.

Pendant *dt*, un atome a une probabilité $dp = \dfrac{dt}{\tau_c}$ de se désexciter.

Donc $\dfrac{-dN}{N} = \dfrac{dt}{\tau_c}$ ($-dN$: nombre d'atomes qui se désexcitent pendant *dt*)

Ainsi, $N = N_0 e^{-t/\tau_c}$

(2) Modèle de l'électron élastiquement lié :



D'après le principe fondamental de la dynamique, $m\ddot{\vec{\rho}} = -m\omega_0^2\vec{\rho} - m\gamma\dot{\vec{\rho}}$

Donc $\ddot{\vec{\rho}} + \gamma\dot{\vec{\rho}} + \omega_0^2\vec{\rho} = \vec{0}$

On a donc l'équation caractéristique $\lambda^2 + \gamma\lambda + \omega_0^2 = 0$

De racines $\lambda \approx \dfrac{-\gamma}{2} \pm i\omega_0$ ($\gamma^2 << 4\omega_0^2$)

Donc $\vec{\rho}(t) = \vec{\rho}_0 e^{-\gamma.t/2}\cos(\omega_0 t)$

Mais $\vec{E} \propto \vec{\rho}$

Donc $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 e^{-\gamma.t/2}\cos(\omega_0 t)$

Donc $I = I_0 e^{-\gamma.t}$

On a donc la relation $\gamma = \dfrac{1}{\tau_c}$

(3) Dans le modèle statistique, τ_c diminue avec le nombre de chocs entre atomes. Dans l'autre modèle, lorsqu'il y a des chocs, γ augmente.

(4) Longueur de cohérence : on pose $L_c = \tau_c c$

- Onde émise :

Les rayonnements émis par chaque atome sont indépendants les uns des autres. On aura donc un temps de cohérence très faible.

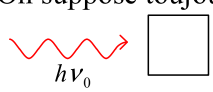
Donc quel que soit le détecteur, on aura toujours $\tau_c < \tau_D$

On a donc une onde incohérente.

2) Sources laser

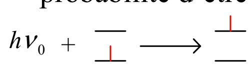
- Désexcitation stimulée :

On suppose toujours que les atomes ont deux niveaux d'énergie.

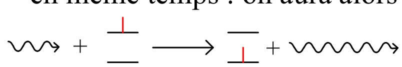


On envoie des photons d'énergie $h\nu_0 = E_2 - E_1$

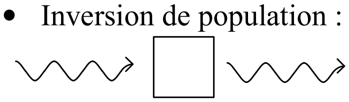
(1) Si l'atome est dans l'état fondamental (E_1), le photon a une certaine probabilité d'être absorbé :



(2) Si l'atome est déjà dans l'état E_2, il y a une probabilité pour que le photon soit absorbé et que l'atome se désexcite en émettant deux photons en même temps : on aura alors un train d'onde deux fois plus long



- Inversion de population :



L'onde sortante sera amortie si il y a plus de (1) que (2) qui se produisent, et amplifiée sinon.

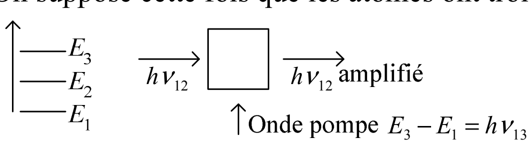
On peut montrer que la condition d'amplification est $\frac{n_2}{n_1} > 1$, où n_2 est le nombre d'atomes excités par unité de volume, n_1 le nombre d'atomes non excités.

- A l'équilibre thermodynamique, $\frac{n_2}{n_1} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{k_B T}} < 1$

Il faut donc faire en sorte d'inverser la population.

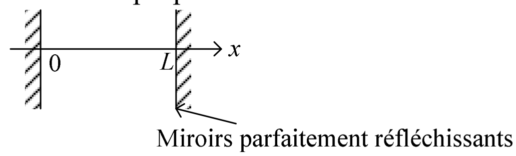
- Pompage optique :

On suppose cette fois que les atomes ont trois niveaux d'énergie :



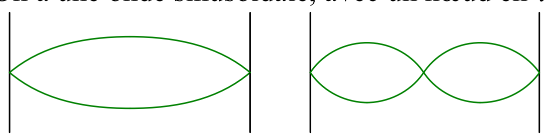
- Cavité résonnante :

- Modes propres d'une cavité :



(1) Ondes stationnaires : $\vec{E} = f(\vec{r})e^{-i\omega.t}$

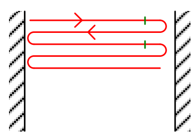
On a une onde sinusoïdale, avec un nœud en $x=0$ et $x=L$



On doit avoir $L = \frac{k\lambda}{2}$, où $k \in \mathbb{N}^*$

Puis $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin\left(\frac{k\pi}{L}x\right)e^{-i\omega.t}$ ($\vec{E}_0 \cdot \vec{u}_x = 0$)

(2) Autre point de vue : onde progressive :

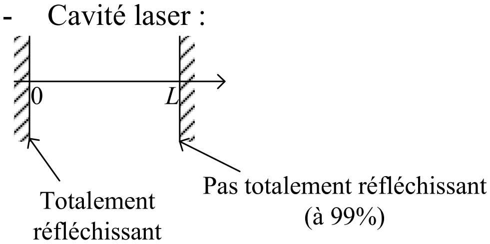


On a un déphasage $\frac{2\pi}{\lambda}\times 2L + \pi + \pi$

Donc pour une interférence constructive, il faut $\frac{2\pi}{\lambda}\times 2L + \pi + \pi = 0\ [2\pi]$

Donc $\frac{2L}{\lambda} = k \in \mathbb{N}$

- Cavité laser :



(1) Ondes sinusoïdales : on a un nœud en $x=0$, et un quasi-nœud en $x=L$, donc E peut sortir.

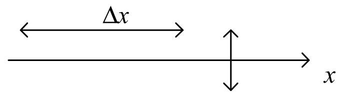
(2) Ondes progressives :

Si on a réussi à inverser la population d'atomes excités et non excités, le photon a plus de chance de « recevoir » d'autres photons au cours d'un aller-retour que de sortir par le miroir : lorsqu'ils sortent, il y a environ 10^6 photons ensembles. On a donc des grands trains d'onde.

Résumé :

- Cavité : oscillateur avec des fréquences propres $\nu_k = \frac{kc}{2L}$
- Pompe : oscillations divergentes dans la cavité
- Une perturbation dans la cavité fait naître une oscillation divergente (la cavité doit être accordée à la fréquence correspondant à la désexcitation)
- On a des fuites permettant à l'onde de sortir.

- Propriétés du rayonnement laser :



Les trains d'onde sont non seulement très longs, mais aussi très larges (de l'ordre du millimètre)

Temps de cohérence élevé :

On a $\Delta x = L_c = c\tau_c$, et $\tau_c \sim 10^{-2}\,\mathrm{s}$

Donc $L_c \sim 3.10^6\,\mathrm{m}$

$\tau_c \Delta\omega \sim 2\pi$, donc $\Delta\omega \sim \dfrac{2\pi}{\tau_c}$, très faible. On a donc une onde quasiment monochromatique :

$$\frac{\omega}{\Delta\omega} = \frac{c\tau_c}{\lambda} = \frac{L_c}{\lambda} \sim 10^{12} \text{ (pour } \lambda \sim 10^{-6}\,\mathrm{m}\text{)}$$

On peut mesurer des interférences (pas avec les yeux)

On a $\Delta k_y \Delta y \sim 2\pi$, $\Delta k_z \Delta_z \sim 2\pi$, donc on a aussi une très bonne directivité (le faisceau diverge peu)

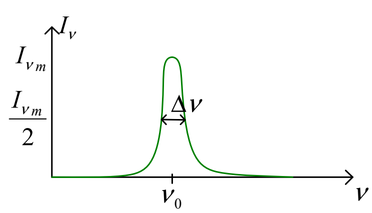
(LASER : Light Amplification of Stimulated Emission of Radiation)

B) Largeur spectrale d'une source

Si ω_0, ν_0 désigne la pulsation/la fréquence centrale, on a une largeur $\Delta\omega$, $\Delta\nu$ autour de cette fréquence.

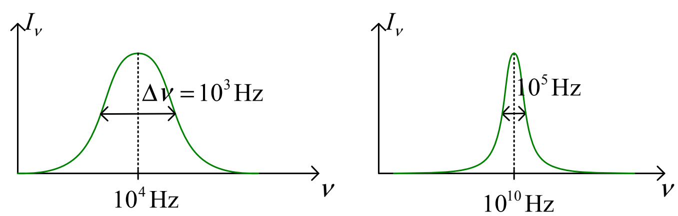
1) Distribution d'intensité spectrale

On note $dI = I_\nu d\nu$, où dI est l'intensité correspondant à une fréquence comprise entre ν et $\nu + d\nu$ (I_ν : densité spectrale d'intensité)



- On a $I = \int_0^{+\infty} I_\nu d\nu \approx \int_{\nu_0 - 3\Delta\nu}^{\nu_0 + 3\Delta\nu} I_\nu d\nu$
- Monochromaticité :

Comment définir la monochromaticité ? par $\Delta\nu$?



Il est plus pertinent de prendre $F = \dfrac{\nu_0}{\Delta\nu}$ (finesse)

- Source monochromatique :

On aurait $I_\nu = I_0\delta(\nu-\nu_0)$

- Résolution du profil spectral :

$\Delta\nu_D$ la résolution de l'appareil de mesure, c'est-à-dire la plus petite variation de fréquence donnant lieu à une différence du signal de sortie.

Pour voir le profil spectral, il faut donc que $\Delta\nu_D << \Delta\nu$

2) Origine de la largeur spectrale

- Largeur naturelle :

- L'état excité d'un atome a une durée de vie τ_n finie, et $\Delta\omega.\tau_n \sim 2\pi$

Donc $\Delta\nu \sim \dfrac{1}{\tau_n}$

- Ordres de grandeur (pour des sources classiques) :

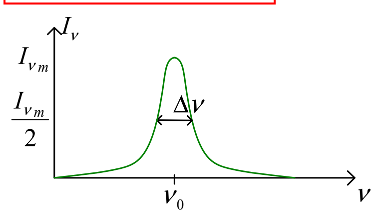
Pour $P = 1\text{bar}$, $\Delta\nu \sim 10^8\,\text{Hz}$ ($\nu_0 \sim 10^{14}\,\text{Hz}$)

A pression réduite : on peut atteindre $\Delta\nu << 10^8\,\text{Hz}$

- Distribution lorentzienne :

On peut montrer que lorsqu'on a uniquement une largeur naturelle, on a

$$\boxed{I_\nu(\nu) = \frac{A}{1+B(\nu-\nu_0)^2}}$$



(1) On a une courbe symétrique

(2) $A = I_m$

(3) $B(\nu-\nu_0)^2 = 1 \Leftrightarrow \nu = \nu_0 \pm \dfrac{1}{\sqrt{B}} \Leftrightarrow \Delta\nu = \dfrac{2}{\sqrt{B}}$

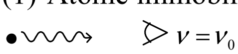
Donc $\dfrac{1}{\tau_n} = \dfrac{2}{\sqrt{B}}$, et $B = 4\tau_n^2$

Ainsi, $I_\nu = \dfrac{I_{\nu_m}}{1+4\tau_n^2(\nu-\nu_0)^2}$

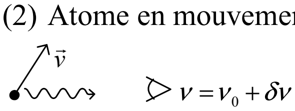
- Largeur Doppler :

- Elle est liée à l'effet Doppler

(1) Atome immobile dans (R) :



(2) Atome en mouvement dans (R) :



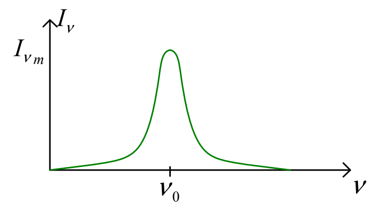
Avec $\dfrac{\delta\nu}{\nu_0} = \dfrac{v_x}{c}$

- Agitation thermique :

Probabilité d'une vitesse v_x : $dp = C\exp\left(-\frac{1}{2}\frac{mv_x^2}{k_B T}\right)dv_x$

- Distribution gaussienne :

On a $I_\nu = A\exp\left(-\frac{(\nu-\nu_0)^2}{2\sigma^2}\right)$



(1) La courbe est toujours symétrique par rapport à ν_0.
(2) On a un résultat proche de la largeur naturelle.
(3) $\sigma = \frac{\nu_0}{c}\sqrt{\frac{k_B T}{m}}$; σ : ½ largeur lorsque $I_\nu = \frac{I_{\nu_m}}{2}$
(4) $\Delta\nu_D = 2\sqrt{2\ln 2}\sigma = 2\frac{\nu_0}{c}\sqrt{2\ln 2\frac{k_B T}{m}}$ (indépendant de *P*)

Pour $\lambda_0 = 0{,}6\mu\text{m}$, $T = 500\text{K}$, on a $\Delta\nu_D \sim 2.10^9\text{Hz}$

- Largeur totale :

On admet (valable de façon approchée) que $\Delta\nu = \Delta\nu_n + \Delta\nu_D$

- A température et pression ordinaires, $\Delta\nu_D > \Delta\nu_n$

(On a $\Delta\nu_D \sim 100\text{MHz}$, $\Delta\nu_n \sim 10\text{MHz}$)

- A très faible pression, $\Delta\nu \sim \Delta\nu_D$ (ou $\Delta\nu_n << \Delta\nu_D$)
- A très faible température, $\Delta\nu_D << \Delta\nu_n$

3) Temps et longueur de cohérence

On pose $\tau_c = \frac{1}{\Delta\nu}$, $L_c = c\tau_c$

III Cohérence temporelle

A) Obtention d'ondes cohérentes

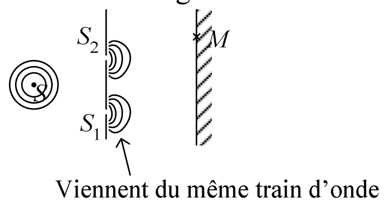
1) Principe

On cherche à avoir $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ indépendant de *t* (sur un temps au moins supérieur au temps de détection)

Moyen : on part d'une seule source dont on a divisé les trains d'onde.

2) Division du front d'onde

Trous d'Young :



- 1^{er} train :

En S : $A = A_0 \cos \omega.t$

En M : → venant de S_1 : $A_1 = A_{0,1} \cos(\omega.t + \varphi_1)$

→ venant de S_2 : $A_2 = A_{0,2} \cos(\omega.t + \varphi_2)$

- $2^{ème}$ train :

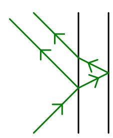
En S : $A = A_0 \cos(\omega.t + \psi)$

En M : → venant de S_1 : $A_1 = A_{0,1} \cos(\omega.t + \varphi'_1)$ et $\varphi'_1 = \varphi_1 + \psi$

→ venant de S_2 : $A_2 = A_{0,2} \cos(\omega.t + \varphi_2 + \psi)$

Ainsi, $\varphi'_2 - \varphi'_1 = \varphi_2 - \varphi_1$

3) Division d'amplitude



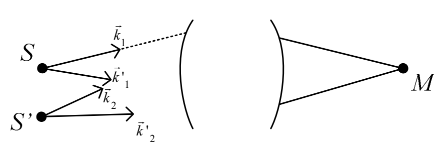
B) Limite imposée par la cohérence temporelle

Pour un train d'onde de longueur L_c, il faut qu'à l'arrivée les trains d'onde divisés aient au moins une petite partie commune, c'est-à-dire qu'on doit avoir $\Delta L < L_c$ (ΔL : écart entre les trains d'onde à l'arrivée)

IV Cohérence spatiale. Localisation des franges

A) Cohérence spatiale

1) Exemple préliminaire



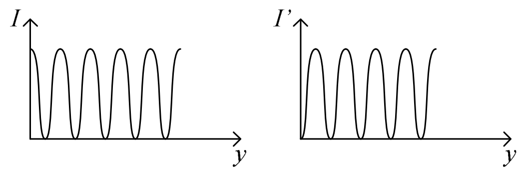
- Amplitude reçue en M :
- De S : $\underline{A}(M) = \underline{A}_1 + \underline{A}_2$
- De S' : $\underline{A}'(M) = \underline{A}'_1 + \underline{A}'_2$

- Intensité en M :

S et S' émettent de façon incohérente l'un avec l'autre.

Donc $I'' = I + I'$, où $I = \underline{A}\underline{A}^*$, $I' = \underline{A}'\underline{A}'^*$

- Superposition des figures d'interférence :



- Si les deux systèmes sont « bien » décalés, on aura une figure d'interférence encore plus lumineuse
- Si les creux de l'un correspondent aux maxima de l'autre, on obtiendra une surface uniformément éclairée (lorsque les deux ont la même amplitude)

2) Cas général

Problème de la cohérence spatiale : quelle largeur peut-on donner à la source ?

3) Condition de cohérence spatiale

- Condition rigoureuse :
- En M de S : on a un déphasage $\varphi_2 - \varphi_1$, indépendant de t (si S est une source cohérente)
- En M de S' : le déphasage est $\varphi'_2 - \varphi'_1$, indépendant de t.

Ainsi, il faut avoir $\varphi_2 - \varphi_1 = \varphi'_2 - \varphi'_1$ (pas modulo 2π, car il faut qu'on ait aussi l'égalité si on place des sources intermédiaires entre S et S')

C'est-à-dire $\varphi'_2 - \varphi_2 = \varphi'_1 - \varphi_1$

Pour S assez proche de S', on a $\vec{k}'_1 \approx \vec{k}_1$, $\vec{k}'_2 \approx \vec{k}_2$.

Le déphasage $\varphi'_1 - \varphi_1$ a deux causes : S n'est pas confondu avec S' donc on a un premier déphasage $\vec{k}_1 \cdot \overrightarrow{SS'}$, et il y a un déphasage de ψ entre le train d'onde émis par S et celui émis par S'.

Pour $\varphi'_2 - \varphi_2$, on aura de même un déphasage $\vec{k}_2 \cdot \overrightarrow{SS'} + \psi$ (c'est le même déphasage ψ que pour $\varphi'_1 - \varphi_1$ puisque c'est le même train d'onde)

Ainsi, il faut que $\vec{k}_2 \cdot \overrightarrow{SS'} = \vec{k}_1 \cdot \overrightarrow{SS'}$

C'est-à-dire $\boxed{(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \overrightarrow{SS'} = 0}$ (condition de cohérence spatiale)

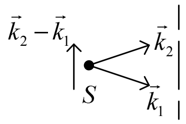
- Condition approchée :

Il faut avoir $\varphi'_2 - \varphi'_1 - (\varphi_2 - \varphi_1) << 2\pi$, c'est-à-dire $\left|(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \overrightarrow{SS'}\right| << 2\pi$

B) Dispositif par division d'onde

On divise les trains d'onde en deux, donc $\boxed{\vec{k}_1 \neq \vec{k}_2}$

Pour les trous d'Young :

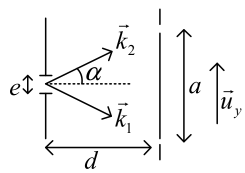


1) Condition rigoureuse

On peut prendre sans problème une fente source orthogonale au plan de la feuille.

2) Condition approchée

On peut élargir la fente de façon à avoir toujours $(\vec{k}_2 - \vec{k}_1)\cdot\overrightarrow{SS'} << 2\pi$



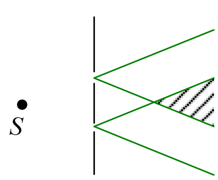
On a $\vec{k}_2 - \vec{k}_1 = \dfrac{2\pi}{\lambda} 2\sin\alpha.\vec{u}_y$

On doit donc avoir $e\dfrac{2\pi}{\lambda}2\sin\alpha << 2\pi$, soit $e << \dfrac{\lambda}{2\sin\alpha}$. Et $\sin\alpha \approx \dfrac{a}{2d}$

On note $L_s = \dfrac{\lambda}{2\sin\alpha}$, longueur de cohérence

Donc $e << \dfrac{\lambda d}{a}$

3) Localisation des franges



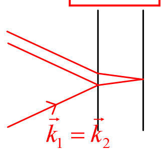
(Les deux cônes en vert correspondent aux directions principales dans lesquelles est émise l'intensité diffractée)

: Champ d'interférence.

On a ainsi des interférences non localisées (on peut mettre l'écran n'importe où dans le champ d'interférence)

C) Dispositif par division d'amplitude

On a $\boxed{\vec{k}_1 = \vec{k}_2}$:



1) Source étendue

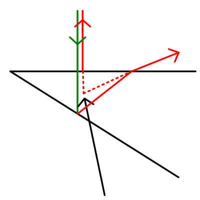
On a toujours $(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \overrightarrow{SS'} = 0$, donc on peut prendre des sources plus larges.

2) Localisation des interférences

On n'aura des interférences qu'à l'infini (ou dans le plan focal d'une lentille).

Les interférences sont donc localisées à l'infini. On a donc une localisation unidimensionnelle.

Interférence bidimensionnelle :



Récapitulatif :
Pour une division :

Du front d'onde	$\vec{k}_2 \neq \vec{k}_1$	Fente fine	Non localisée
D'amplitude	$\vec{k}_2 = \vec{k}_1$	Source étendue	Localisée