

# Projections géographiques perspectives

A.GERMAIN  
mise en images par  
M.LUQUE

26 février 2004

## Résumé

Ces quelques exemples sont extraits du livre d'A. GERMAIN : *Traité des projections des cartes géographiques*, édité vers 1870 par Arthus BERTRAND à Paris. Toutes les phrases et calculs sont copiés de son livre, une note en marge indique la page où ils se trouvent.

Les schémas ont été réalisés avec le package `pst-map3d`.

Le grand cercle de la sphère pris pour plan du tableau pourra être considéré comme l'horizon d'un lieu dont la latitude  $\lambda$  serait le complément de son inclinaison sur l'équateur ou de la distance du pôle à l'extrémité du diamètre passant par le point de vue.

page 112

Appelons  $D$  est la distance donnée CV du centre de la sphère au point de vue  $V$ ,  $a$  le rayon de la sphère,  $\delta$  la distance angulaire  $Mz$ ,  $90^\circ - \lambda$  l'angle ZCP qui définit la position du tableau,  $90^\circ - l$  la distance polaire du point considéré  $M$ ,  $t$  sa longitude ZPM,  $\varphi$  l'angle au zénith, MZP.

*Des calculs de trigonométrie sphérique permettent à A. GERMAIN d'aboutir aux relations suivantes :*

$$x = \frac{Da(\sin \lambda \cos l \cos t - \cos \lambda \cos l)}{D + a(\cos \lambda \cos l \cos t + \sin \lambda \sin l)} \quad (1)$$

$$y = \frac{Da \cos \lambda \cos t}{D + a(\cos \lambda \cos l \cos t + \sin \lambda \sin l)} \quad (2)$$

Telles sont les deux équations qui déterminent les coordonnées de la projection d'un point de la sphère défini par sa latitude  $l$  et sa longitude  $t$ .

page 113

## 1 Projection équatoriale ou polaire

Si l'on suppose l'œil placé sur le prolongement de l'axe de la Terre, le plan de projection coïncide avec l'équateur et la projection est dite *équatoriale* ou *polaire*. Nous obtiendrons les valeurs de  $x$  et de  $y$  en faisant  $\lambda = 90^\circ$  dans les formules (1) et (2).

page 113

$$x = \frac{Da \cos l \cos t}{D + a \sin l}; \quad y = \frac{Da \cos l \sin t}{D + a \sin l}$$

## 2 Projection méridienne

Si l'on suppose l'œil placé dans le plan de l'équateur, le plan de projection coïncide avec un méridien et la projection est dite *méridienne*. Nous obtenons alors les valeurs de  $x$  et de  $y$  en faisant  $\lambda = 0$  dans les formules (1) et (2).

page 114

$$x = \frac{Da \sin l}{D + a \cos l \cos t}; \quad y = \frac{Da \cos l \sin t}{D + a \cos l \cos t}$$

## 3 Projection centrale ou gnomonique

Le point de vue et le centre de la sphère coïncident, le plan de projection est reculé jusqu'à la surface de la sphère où il est tangent.

## 4 Projection stéréographique

Lorsque le point de vue est sur la surface de la sphère, la projection prend le nom de *stéréographique*, et jouit de cette propriété remarquable que tout angle tracé sur la sphère conserve sa grandeur en projection, d'où il résulte que tout cercle a pour projection un autre cercle. Ce système, qui n'a reçu le nom de stéréographique qu'en 1643 du jésuite François d'AGUILLON, fut imaginé 130 ans avant J.-C. par le célèbre HIPPARQUE, qui lui donna le nom de *planisphère*[...]

pages  
123/124

## 5 Projection orthographique

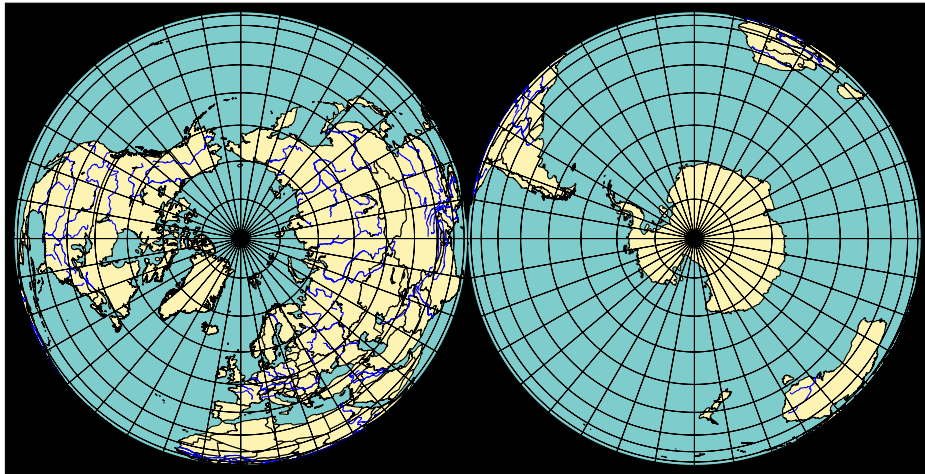
Si le point de vue est supposé à une distance infinie, les rayons visuels peuvent être regardés comme parallèles, la perspective devient une véritable projection orthogonale et prend le nom d'*orthographique*; il en résulte que tout cercle parallèle au plan de projection a pour représentant un cercle égal. Imaginé comme le précédent par HIPPARQUE, ce système appelé primitivement *analemme*, puis *astrolabe de Rojas* (1551), est resté exclusivement renfermé dans le domaine de l'astronomie jusqu'à l'atlas sphéroïdal de *Laguillermie* publié en 1843[...]

page 124

En voici les représentations polaire, méridienne et horizontale réalisées avec le package `pst-map3d`, en prenant une distance observateur-centre très grande: `Dobs=1e10`

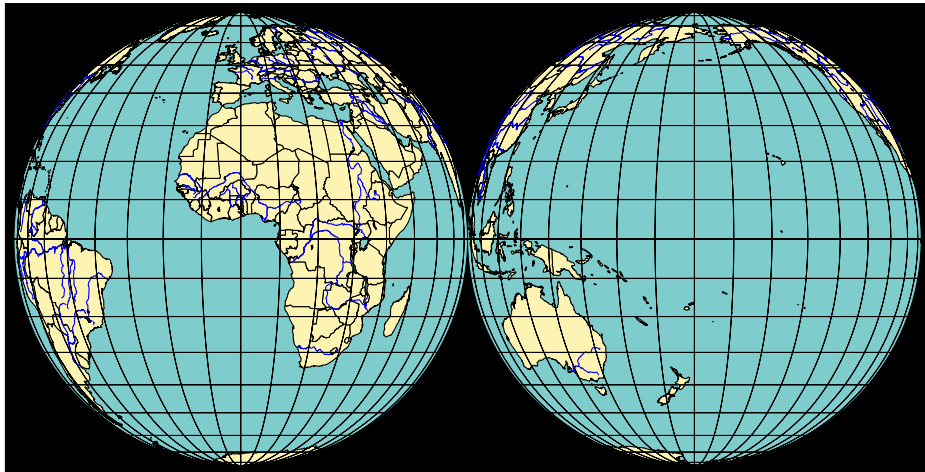
### 5.1 Projection équatoriale ou polaire

```
\begin{pspicture}(-5.2,-5.2)(15.2,5.2)
\psset{Dobs=1e10,Decran=1e10}
\WorldMapThreeD[PHI=90,THETA=0]%
\rput(10,0){%
\WorldMapThreeD[PHI=-90,THETA=0]}%
\end{pspicture}
```



## 5.2 Projection méridienne

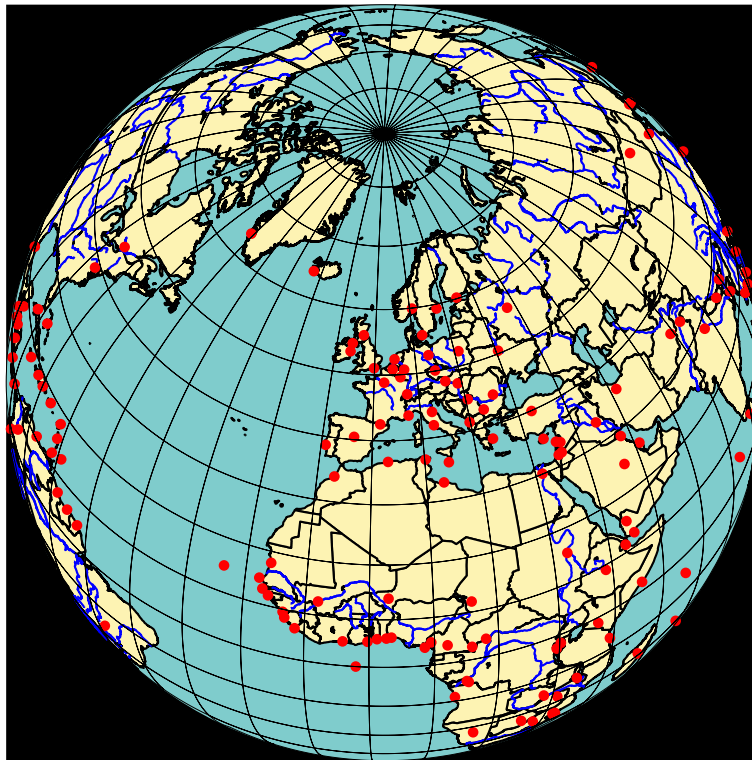
```
\begin{pspicture}(-5.2,-5.2)(15.2,5.2)
\psset{Dobs=1e10,Decran=1e10}
\WorldMapThreeD[PHI=0,THETA=0]%
\rput(10,0){%
\WorldMapThreeD[PHI=0,THETA=180]}%
\end{pspicture}
```



## 5.3 Projection horizontale

La projection sur l'horizon de Paris  $\lambda = 48,85^\circ$  et  $L = 2,32^\circ$ , donne :

```
\begin{pspicture}(-5,-5)(5,5)
\psset{Dobs=1e10,Decran=1e10}
\WorldMapThreeD[PHI=48.85,THETA=2.32,capital=true]%
\end{pspicture}
```



## 6 Téléchargement du fichier source

<http://melusine.eu.org/syracuse/maluque/mappemonde/Exemples-projections.tex>