Brevet Amerique 1997

http://melusine.eu.org/syracuse/poulecl

1 Partie numérique

1.1 Exercice 1

Calculer $A = \left(-\frac{7}{5} + \frac{4}{3}\right) + \left(7 - \frac{4}{3}\right)$.
Le résultat sera donné sous forme d'une fraction aussi simplifiée que possible.

1.2 Exercice 2

1. Calculer $B = \left(4 - 2\sqrt{3}\right)\left(4 + 2\sqrt{3}\right)$.
2. Ecrire sous la forme $a + b\sqrt{3}$ où a et b sont des entiers les expressions

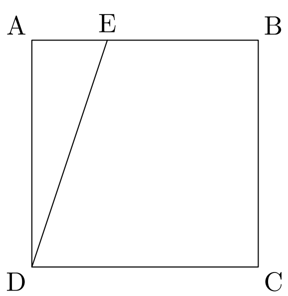
$$C = \left(4 - 2\sqrt{3}\right)^2 \qquad D = \frac{1}{4} \times \left(28 - 16\sqrt{3}\right)$$

1.3 Exercice 3

On donne $E = (4x - 1)(x + 5) - (4x - 1)^2$.

1. Montrer que E peut s'écrire $3(4x - 1)(-x + 2)$.
2. Calculer la valeur de E pour $x = \frac{1}{4}$, et pour $x = 0$.
3. Résoudre l'équation $E = 0$.

1.4 Exercice 4



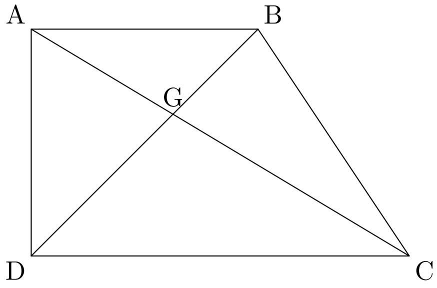
$ABCD$ est un carré de côté $6\,cm$. E est un point du segment $[AB]$; on pose $EB = x$.

1. Exprimer en fonction de x la longueur AE puis l'aire du triangle ADE.
2. Déterminer x pour que l'aire du carré $ABCD$ soit le triple de l'aire du triangle ADE.

2 Partie géométrique

2.1 Exercice 1

$ABCD$ est un trapèze rectangle de bases $[AB]$ et $[CD]$. On donne, en cm : $AB = 3$; $AD = 3$; $DC = 6$. On ne demande pas de reproduire cette figure.



1. Démontrer que $\dfrac{GA}{GC} = \dfrac{GB}{GD} = \dfrac{1}{2}$.
2. Calculer la longueur AC que l'on écrira sous la forme $a\sqrt{5}$.
3. Calculer la tangente de l'angle $\widehat{ACD}$; en déduire une valeur approchée à 1 degré près de l'angle $\widehat{ACD}$.

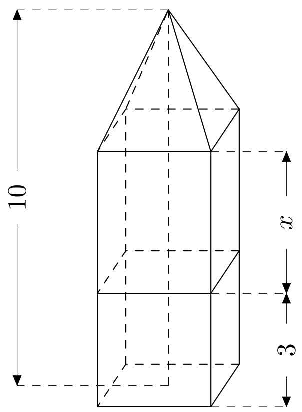
2.2 Exercice 2

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J) (unité : 1 cm).

1. Placer les points $E(6; 3)$; $F(2; 5)$ et $G(-2; -3)$ et tracer le cercle $(\mathcal{C})$ de diamètre $[EG]$.
2. (a) Calculer les coordonnées du centre H de $(\mathcal{C})$.
   (b) Calculer le rayon du cercle $(\mathcal{C})$.
3. (a) Déterminer la longueur HF.
   (b) En déduire la nature du triangle EFG.
4. (a) Construire le point K image de G par la translation de vecteur $\overrightarrow{FE}$.
   (b) Quelle est la nature du quadrilatère $EFGK$? Justifier.

3 Problème

Première Partie Le solide ci-contre est formé d'un cube d'arête 3 cm surmonté d'un parallélépipède rectangle et d'une pyramide.



Soit x la hauteur du parallélépipède rectangle.

1. Calculer le volume $\mathcal{V}_1$ du cube.
2. Exprimer, en fonction de x, le volume $\mathcal{V}_2$ du parallélépipède rectangle.
3. La hauteur totale de ce solide est égale à $10\,cm$.
   (a) Calculer la hauteur de la pyramide en fonction de x.
   (b) Calculer le volume $\mathcal{V}_3$ de la pyramide en fonction de x.

Deuxième Partie Le plan est rapporté à un repère orthogonal $(O,\ I,\ J)$. On utilisera une feuille de papier millimétré en plaçant l'origine O en bas à gauche.
On prendra :
– $2\,cm$ pour une unité sur l'axe des abscisses ;
– $1\,cm$ pour 3 unités sur l'axe des ordonnées.

1. Tracer les droites :
   – (d_1) d'équation $y = 27$;
   – (d_2) d'équation $y = 9x$;
   – (d_3)d'équation $y = 21 - 3x$.
2. (a) Calculer les coordonnées du point I d'intersection des droites (d_1) et (d_2).
   (b) Pour le solide initial, quelle signification peut-on donner aux coordonnées du point I ?
3. (a) Trouver, graphiquement, la valeur de pour que : $\mathcal{V}_1 = \mathcal{V}_2$. (On mettra en évidence les pointillés nécessaires sut le graphique.)
   (b) Peut-on avoir $\mathcal{V}_1 = \mathcal{V}_2 = \mathcal{V}_3$? Justifier.
4. Pour quelles valeurs de x a-t-on $\mathcal{V}_2 < \mathcal{V}_3 < \mathcal{V}_1$? (On utilisera le graphique.)