Brevet Grenoble 1997

http://melusine.eu.org/syracuse/poulecl

1 Partie numérique

1.1 Exercice 1

1. Calculer et donner le résultat sous la forme d'un entier relatif ou d'une fraction irréductible :

$$A = \left(2 + 3\sqrt{5}\right)\left(2 - 3\sqrt{5}\right) \qquad B = \frac{3\sqrt{45}}{6\sqrt{20}}$$

$$C = \frac{5}{8} - \frac{3}{8} \times \frac{1}{6} \qquad D = \frac{2 \times 10^{-3} \times 5}{10^{-5}}$$

2. Soit $E = \sqrt{75} - 2\sqrt{12} + 2\sqrt{27}$.
   Ecrire le nombre E sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers.

1.2 Exercice 2

Soit $E = 4x^2 - 12x + 9$.

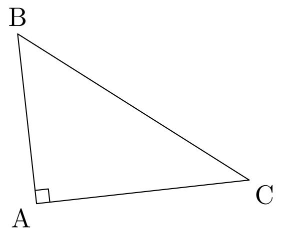
1. Calculer E pour $x = -\dfrac{4}{3}$.
2. (a) Factoriser E.
   (b) En utilisant le résultat de la question précédente, résoudre l'équation $E = 0$.

1.3 Exercice 3

Au Café de la Place, Pierre et ses amis ont commandé trois cafés et deux chocolats pour la somme de 42 F. Paul et ses camarades ont payé, eux, 56 F pour deux cafés et quatre chocolats.
En écrivant, puis en résolvant un système de deux équations à deux inconnues, trouver le prix d'un café et le prix d'un chocolat.

2 Partie géométrique

2.1 Exercice 1

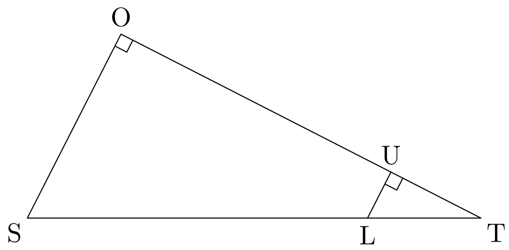


L'unité de longueur est le centimètre ; l'unité d'aire est le centimètre carré.
On considère la figure ci-contre : le triangle ABC est rectangle en A ; $AB = 3,6$; $BC = 6$.

1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ (on donnera l'arrondi au degré).
2. Calculer AC.
3. Calculer l'aire du triangle ABC.
4. Soit H le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC). Exprimer l'aire du triangle ABC en fonction de AH.
5. En déduire AH.

2.2 Exercice 2

Une personne observe une éclipse de soleil. Cette situation est schématisée par le dessin ci-dessous.



L'observateur est en T. Les points S (centre du Soleil), L (centre de la Lune) et T sont alignés. Le rayon SQ du Soleil mesure 695 000 km. Le rayon LU de la Lune mesure 1 736 km. La distance TS est l50 millions de km.
Calculer la distance TL (on donnera l'arrondi au km).

3 Problème

Les deux parties sont indépendantes.

Première Partie Un agriculteur cultive du blé, puis fabrique lui-même sa farine. Il décide, pour améliorer ses revenus, de faire une fois par semaine, dans son village, du pain artisanal qu'il vend 23 F le kilogramme.
Chaque mois, ses dépenses sont constituées par 2600 F de frais fixes, auxquels il faut ajouter 3 F par kilogramme de pain fabriqué.

1. Au mois de juin, il vend 200 kg de pain.

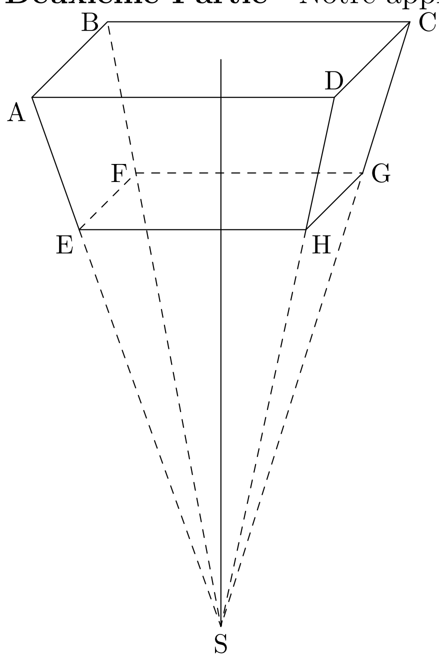
(a) i. Quelle est sa recette ?

   ii. Quelle est sa dépense ?

(b) Fait-il un bénéfice ? Si oui, de quel montant ?

2. On appelle x la masse de pain en kilogrammes vendue en un mois. On note $r(x)$ le montant des recettes de l'agriculteur et $d(x)$ celui de ses dépenses au cours de ce mois.
   (a) Exprimer $r(x)$ et $d(x)$ en fonction de x.
   (b) Résoudre l'inéquation $r(x) > d(x)$. Comment l'agriculteur peut-il interpréter le résultat obtenu ?
   (c) Calculer la masse de pain que l'agriculteur doit vendre en un mois pour faire un bénéfice de 2000 F.
   (d) Le plan est rapporté à un repère orthogonal. Les unités sont :
   – en abscisse : $1\,cm$ pour $20\,kg$;
   – en ordonnée : $1\,cm$ pour 400 F.
      i. On note (d_1) la droite d'équation $y = 23x$ et (d_2) la droite d'équation $y = 3x + 2600$. Construire les droites (d_1) et (d_2).
      ii. Retrouver graphiquement les résultats de la question 2.b.

Deuxième Partie Notre apprenti boulanger fait son pain« à la main » dans un pétrin à l'ancienne.



Il s'agit d'une table« creuse sur le dessus » qui a la forme d'un tronc de pyramide à base rectangulaire dont les dimensions intérieures sont : $OK = 0,40\,m$; $AB = 0,90\,m$; $BC = 1,50\,m$.
La figure ci-contre représente le pétrin (les pieds de la table et l'épaisseur du bois, qui ne sont pas représentés sur le dessin, n'interviennent pas dans l'exercice).
Par ailleurs, on donne $OS = 2\,m$.

1. Calculer le volume $\mathcal{V}_1$ de la« grande » pyramide $SABCD$.
2. La« petite » pyramide $SEFGH$ est une réduction de la« grande » pyramide $SABCD$. On admet que le coefficient de réduction est 0,8.
   (a) Calculer le volume $\mathcal{V}_2$ de la« petite » pyramide $SEFGH$.
   (b) En déduire le volume $\mathcal{V}_3$ du pétrin.
3. Le remplissage maximum du pétrin est 85% de son volume. Quelle quantité maximum de pâte peut-on faire en une fois ?