Brevet Caen 1999

http://melusine.eu.org/syracuse/poulecl

1 Partie numérique

1.1 Exercice 1

On considère les expressions numériques suivantes :

$$A = \frac{4}{7} \div \left(2 - \frac{3}{5}\right) \qquad B = \frac{9 \times 10^2}{21 \times 10^3}$$

Calculer A et B (faire apparaître les différentes étapes de chaque calcul et donner les résultats sous la forme de fractions aussi simples que possible).

1.2 Exercice 2

L'unité de longueur est le centimètre. On considère trois points A, M, B du plan, tels que $AM = 4\sqrt{45}$, $MB = 2\sqrt{20}$, $AB = 16\sqrt{5}$.

1. Prouver que $AM + MB = AB$.
2. Que peut-on dire des points A, M, B ? Le justifier.

1.3 Exercice 3

Un objet coûte x francs ; son prix augmente de 13% ; l'objet coûte maintenant y francs.

1. Exprimer y en fonction de x.
2. Déterminer x sachant que $y = 339$.

1.4 Exercice 4

Soit $E = (3x - 7)^2 - 16$.

1. Développer et réduire E.
2. Calculer E pour $x = \sqrt{3}$ (donner la valeur exacte sous la forme $a - b\sqrt{3}$ où a et b sont des entiers).

1.5 Exercice 5

1. Résoudre le système suivant
$$\begin{cases} 3x + y = 23,5 \\ 7x + 4y = 79 \end{cases}$$
2. A une buvette, la consommation de trois cafés et d'une limonade coûte 23,50 francs. La consommation de sept cafés et de quatre limonades coûte 79 francs. Déterminer le prix d'un café et le prix d'une limonade.

2 Partie géométrique

2.1 Exercice 1

1. Construire un triangle équilatéral ABC de côté $4\,cm$.
2. Construire le point M, image du point B dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.
3. Quelle est la nature du quadrilatère $ABMC$? Justifier.
4. (a) Construire le point N tel que $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$.
   (b) Montrer que le triangle ANB est équilatéral.
5. Le triangle ANB est l'image du triangle ABC par une rotation de centre A dans le sens des aiguilles d'une montre. Quel est l'angle de cette rotation ?

2.2 Exercice 2

Un cône a pour base un disque de $6\,cm$ de rayon et pour hauteur $15\,cm$.

1. Calculer son volume V en cm^3 (en donner la valeur exacte, exprimée en fonction de π).
2. On réalise une maquette du cône à l'échelle $\frac{2}{5}$. Calculer le volume V' de cette maquette, arrondi au cm^3.

2.3 Exercice 3

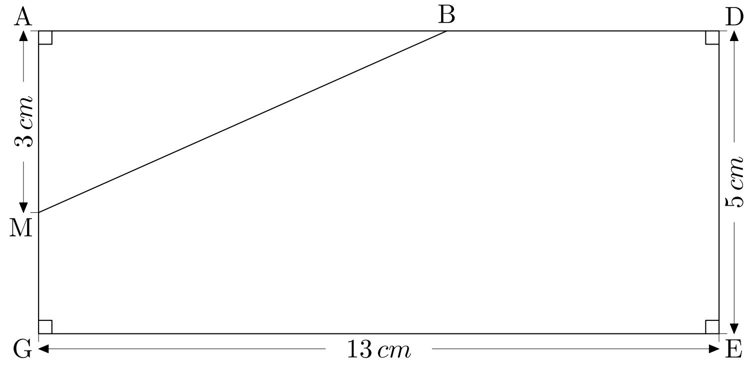
Sur du papier millimétré, dessiner un repère orthonormal $(0, I, J)$. L'unité est le centimètre.

1. Placer les points $A(-2;-3)$, $B(8;1)$, $C(-4;2)$.
2. Calculer la longueur AB, en donnant sa valeur exacte.
3. Sachant que $AC = \sqrt{29}$ et $BC = \sqrt{145}$, prouver que le triangle ABC est rectangle.

3 Problème

L'unité de longueur est le cm ; l'unité d'aire est le cm^2.

Sur la figure ci-dessous, $ADEG$ est un rectangle, B est un point du segment $[AD]$; M est un point du segment $[AG]$.



Première partie On pose $AB = 7$.

1. Calculer la longueur BM. Donner la valeur exacte, puis donner une valeur approchée arrondie au dixième de cm.
2. Calculer $\tan \widehat{ABM}$; en déduire la mesure de l'angle $\widehat{ABM}$ en degrés, arrondie au degré.

Deuxième partie On pose $AB = x$ $(0 < x < 13)$.

1. Exprimer, en fonction de x, l'aire du triangle ABM.
2. On considère l'aire y du polygone $BDEGM$. Montrer que $y = 65 - \dfrac{3}{2}x$
3. Le plan est rapporté à un repère orthogonal d'origine O. Sur une feuille de papier millimétré, marquer le point O en bas et à gauche de la feuille. On choisit $1\,cm$ pour l'unité sur l'axe des abscisses, $1\,cm$ pour $5\,cm^2$ sur l'axe des ordonnées.

   Représenter graphiquement y en fonction de x pour $0 < x < 13$.
4. (a) Calculer x tel que $y = 53$.

   (b) Retrouver cette valeur de x sur le graphique (on utilisera des pointillés).
5. Dans cette question, les droites (MB) et (DG) sont parallèles. Déterminer la valeur de x qui correspond à cette situation.