

1 Partie numérique

1.1 Exercice 1

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

$$A = \frac{16}{45} \times \frac{35}{8} \quad B = -\frac{4}{3} + \frac{11}{12} \div \frac{22}{18} \quad C = \frac{2,1 \times 10^{-5}}{70 \times 10^{-7}}$$

1.2 Exercice 2

1. On donne l'expression $A = (5 - \sqrt{2})(5 + \sqrt{2})$.
Montrer, par le calcul, que $A = 23$.
2. On donne le produit suivant $B = \sqrt{21} \times \sqrt{42}$.
Ecrire B sous la forme $a\sqrt{2}$, où a est un entier.
3. Ecrire sous la forme d'une fraction simplifiée : $C = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{45}}$.

1.3 Exercice 3

On considère l'expression $E = (x + 2)^2 - (x + 2)(5x - 1)$.

1. Développer et réduire E .
2. Factoriser E .
3. Résoudre l'équation $(x + 2)(-4x + 3) = 0$.

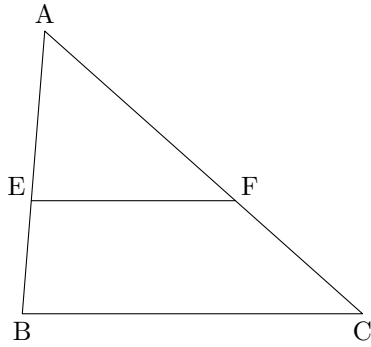
1.4 Exercice 4

Résoudre le système d'équations à deux inconnues x et y suivant :

$$\begin{cases} 4x + 2y = 14 \\ 3x - 5y = 30 \end{cases}$$

2 Partie géométrique

2.1 Exercice 1



Dans tout cet exercice, les mesures sont exprimées en *cm*.

La figure n'est pas à l'échelle.

On donne : $AB = 5$; $AE = 3$; $AF = 4,5$; $AC = 7,5$.

Démontrer que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

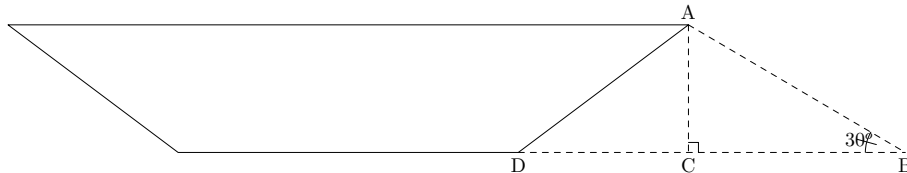
2.2 Exercice 2

Un bateau est amarré par sa proue* A à une bouée B , située au niveau de la mer.

Les mesures des longueurs sont exprimées en mètres.

Le dessin ci-dessous n'est pas à l'échelle.

(*) La proue désigne l'avant du bateau.



- (a) Le triangle ABC est rectangle en C , l'angle \widehat{ABC} mesure 30° .
On a $AB = 6$; montrer que $AC = 3$.
- (b) Construire le triangle ABC , à l'échelle $1/100$.
- (c) Calculer la longueur BC ; on donnera le résultat arrondi au décimètre.
- On veut calculer DB .
 - Sachant que $AD = 4$, calculer DC , dont on donnera une valeur arrondie au décimètre.
 - En déduire DB , arrondi au mètre.

2.3 Exercice 3

Dans cet exercice, les longueurs sont exprimées en centimètres.

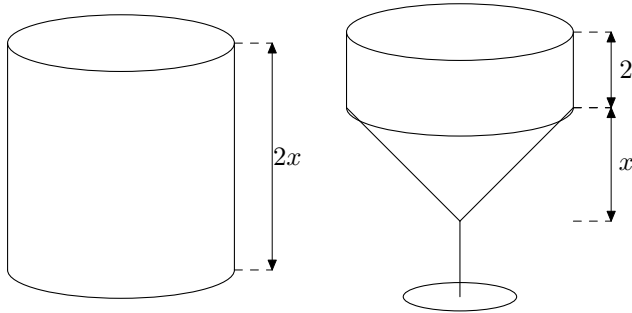
- Construire un triangle ABC tel que :

$$AB = 4 \quad AC = 5 \quad BC = 6$$

- Construire le point D , image du point A par la translation de vecteur \overrightarrow{BC} .
- Démontrer que les segments $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu, que l'on nommera I .
- Construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AI}$.
- Recopier et compléter les égalités suivantes : $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{B} \dots$ et $\overrightarrow{MC} = \dots \overrightarrow{I}$.

3 Problème

Dans tout le problème, les longueurs sont exprimées en cm et les volumes en cm^3 .



On rappelle que le volume du cylindre de révolution d'aire de base S et de hauteur h est donné par la formule $V = S \times h$.

On rappelle que le volume d'un cône de révolution d'aire de base S et de hauteur h est donné par la formule $V = \frac{1}{3}S \times h$.

Partie I

On considère les deux verres représentés ci-dessus.

- le premier verre est un cylindre de révolution dont l'aire de base est 30 et dont la hauteur mesure $2x$, où x est un nombre positif, $x \leq 4$.
- Le deuxième verre est constitué d'un cône dont l'aire de base est 30 et dont la hauteur mesure x , surmonté d'un cylindre dont l'aire de base est 30 et dont la hauteur vaut 2.

Soient V_1 le volume du premier verre et V_2 le volume du deuxième verre.

1. Exprimer ces volumes en fonction de x .
2. (a) V_1 est-il proportionnel à x ? Justifier.
(b) V_2 est-il proportionnel à x ? Justifier.

Partie II

Cette partie peut être traitée même sans avoir résolu la partie I.

1. (a) Tracer dans un repère orthogonal (O, I, J) en prenant :
 - 2cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses ;
 - 1cm pour 10 unités sur l'axe des ordonnées.On placera l'origine O du repère en bas à gauche de la feuille.
- (b) Dans ce repère, construire les représentations graphiques des fonctions f_1 et f_2 définies par :
 $f_1(x) = 60x$ et $f_2(x) = 10x + 60$.
2. Résoudre l'équation suivante :

$$60x = 10x + 60$$

3. Retrouver sur le graphique la solution de cette équation, en faisant apparaître en couleur les tracés effectués.

Partie III

En utilisant les résultats obtenus dans la partie I et la partie II, déterminer pour quelles valeurs de x le deuxième verre a une contenance inférieure à celle du premier.