Brevet Groupement 2 2001

http://melusine.eu.org/syracuse/poulecl

1 Partie numérique

1.1 Exercice 1

1. Ecrire sous la forme la plus simple possible $A = \frac{7}{3} - \frac{4}{3} \div \frac{2}{5}$.
2. Donner l'écriture décimale de

$$B = -4^2 + 10^3 \times 10^{-1} + (-3)^2$$

3. Ecrire sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un nombre entier :

$$C = 2\sqrt{27} - 4\sqrt{3} + \sqrt{12}$$

1.2 Exercice 2

Soit $A = (7x - 3)^2 - 9$.

1. Développer et réduire A.
2. Factoriser A.
3. Résoudre l'équation $7x(7x - 6) = 0$.

1.3 Exercice 3

1. Déterminer le pgcd des nombres 108 et 135.
2. Marc a 108 billes rouges et 135 billes noires.
   Il veut faire des paquets de sorte que :
   – tous les paquets contiennent le même nombre de billes rouges,
   – tous les paquets contiennent le même nombre de billes noires,
   – toutes les billes rouges et toutes les billes noires soient utilisées.
   (a) Quel nombre maximal de paquets pourra-t-il réaliser ?
   (b) Combien y aura-t-il alors de billes rouges et de billes noires dans chaque paquet ?

2 Partie géométrique

2.1 Exercice 1

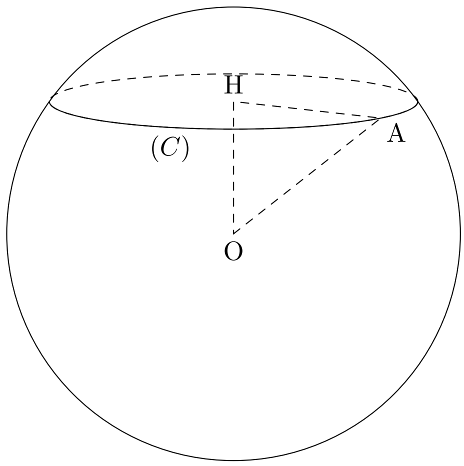
Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O; I; J)$. L'unité de longueur est le centimètre.

1. Placer les points $A(2;1)$, $B(5;5)$ et $C(6;2)$.
2. Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
3. Calculer la distance AB.
4. Placer le point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
5. Donner sans justifier les coordonnées du point D.
6. Calculer les coordonnées du centre de symétrie W du parallélogramme $ABCD$.

2.2 Exercice 2

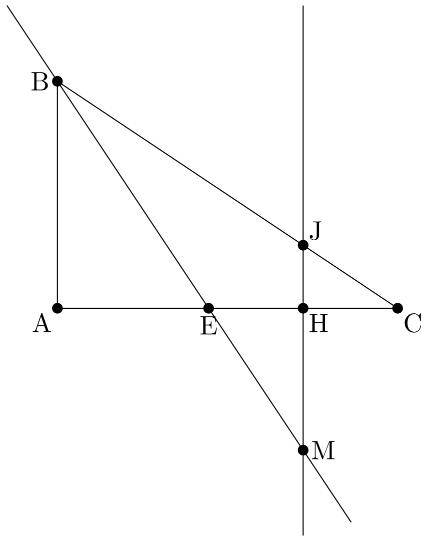
Sur le dessin ci-dessous, la sphère a pour centre O.
Un plan coupe cette sphère selon un cercle $(\mathcal{C})$ de centre H et de rayon $4,5\,cm$ $(HA = 4,5\,cm)$.

1. Sachant que $HO = 2,2\,cm$, dessiner le triangle OHA en vraie grandeur.
2. Calculer la longueur OA à $1\,mm$ près.



Sur ce dessin, les dimensions ne sont pas respectées.

2.3 Exercice 3

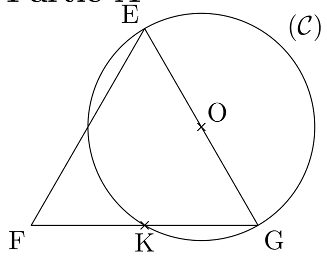


On considère un triangle ABC tel que $AB = 6\,cm$, $AC = 9\,cm$ et $BC = \sqrt{117}\,cm$.
sur ce dessin, les dimensions ne sont pas respectées.

1. Quelle est la nature du triangle ABC ?
2. Le point E est le point du segment $[AC]$ tel que $AE = 4\,cm$. La médiatrice du segment $[EC]$ coupe le segment $[EC]$ en H, le segment $[BC]$ en J et la droite (BE) en M.
   (a) Prouver que :
   – Les droites (JH) et (AB) sont parallèles ;
   – le segment $[HC]$ mesure $2,5\,cm$.
   (b) Calculer la valeur exacte de longueur JH.
   (c) Calculer la longueur HM.

3 Problème

Partie A



EFG est un triangle isocèle en E tel que $FG = 5\,cm$ et $EG = 6\,cm$. Le cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de diamètre $[EG]$ coupe le segment $[FG]$ en K.
La figure ci-dessous n'est pas desinée en vraie grandeur.

1. Réaliser la figure en vraie grandeur (utiliser une feuille à part).
2. (a) Démontrer que EKG est un triangle rectangle.
   (b) Démontrer que K est le milieu du segment $[FG]$.
   (c) Calculer la valeur exacte de EK. Donner une valeur approchée à $1\,mm$ près.
3. Soit S l'image du point E par la translation de vecteur $\overrightarrow{KG}$.
   (a) Placer le point S sur la figure.
   (b) Démontrer que $ESGK$ est un rectangle.

Partie B

Compléter la figure en plaçant un point P sur un segment $[EG]$ (ne pas placer P en O).
Tracer la parallèle à la droite (FG) passant par P. Elel coupe la droite (EF) en R.
On nomme x la longueur du segment $[EP]$ exprimée en cm.

1. Préciser sans justifier la nature du triangle EPR.
2. Démontrer que $PR = \dfrac{5}{6}x$.
3. Exprimer en fonction de x le périmètre du triangle EPR.

4. Démontrer que le périmètre du trapèze $RPGF$ est égal à $\dfrac{-7x}{6} + 17$.
5. Peut-on trouver une position du ponit P sur le segment $[EG]$ pour laquelle le triangle et le trapèze aient le même périmètre ? Justifier la réponse.