

1 Partie numérique

1.1 Exercice 1

1. On donne : $A = \frac{2}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{21}{15}$.

Écrire A sous la forme d'une fraction irréductible en indiquant les étapes intermédiaires du calcul.

2. En utilisant la calculatrice ou non, écrire

$$B = \frac{3,2 \times 10^{-3} \times 5 \times (10^2)^3}{4 \times 10^{-2}}$$

sous la forme d'un nombre en écriture scientifique.

3. Montrer que $C = (2 + \sqrt{3})^2 + (1 - 2\sqrt{3})^2$ est un nombre entier.

1.2 Exercice 2

On donne $D = (4x + 1)(x - 3) - (x - 3)^2$.

1. Factoriser D .

2. Résoudre l'équation $(x - 3)(3x + 4) = 0$.

1.3 Exercice 3

1. Résoudre le système suivant :

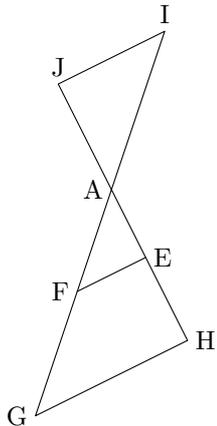
$$\begin{cases} 2x + 3y = 17 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

2. Un classeur coûte 1€ de plus qu'un cahier. Le prix de deux classeurs et de trois cahiers est 17€. Quel est le prix d'un classeur et celui d'un cahier ?

2 Partie géométrique

2.1 Exercice 1

On considère la figure ci-contre. (la figure n'est pas à l'échelle.)



1. Les droites (IG) et (JH) se coupent en un point A .
Le point E est sur (JH) et le point F est sur (IG) .
Les droites (EF) et (HG) sont parallèles.

On a :

$$AE = 3\text{cm}; AF = 4\text{cm};$$

$$AH = 7\text{cm}; EF = 6\text{cm}.$$

Calculer les longueurs AG et HG en justifiant la démarche utilisée.

Donner les résultats sous la forme d'un nombre entier ou d'une fraction irréductible.

2. On a : $AI = 6\text{cm}$ et $AJ = 4,5\text{cm}$.

Les droites (IJ) et (EF) sont-elles parallèles ?

Justifier la démarche utilisée.

2.2 Exercice 2

Un triangle ABD rectangle en B est tel que $AB = 9\text{cm}$ et l'angle $\widehat{BAD} = 40^\circ$.

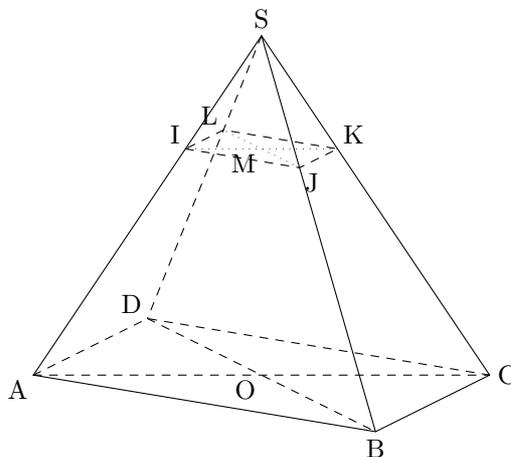
1. Tracer ce triangle.
2. Calculer la longueur BD en justifiant la démarche utilisée; on en donnera une valeur arrondie au millimètre.
3. Construire le cercle (\mathcal{C}) circonscrit au triangle ABD (aucune justification n'est attendue pour cette construction); on précisera la position du centre I de ce cercle.
4. Tracer la bissectrice de l'angle \widehat{BAD} . Elle coupe le cercle (\mathcal{C}) en S ; placer le point S sur la figure.
5. Déterminer la mesure exacte de l'angle \widehat{SIB} en justifiant la démarche utilisée.

3 Problème

Les deux parties peuvent être traitées de manière indépendante.

Un artisan fabrique des boîtes en forme de tronc de pyramide pour un confiseur. Pour cela, il considère une pyramide régulière $SABCD$ à base carrée où O est le centre du carré $ABCD$.

On a : $OA = 12\text{cm}$ et $SA = 20\text{cm}$.



Partie I

1. Préciser la nature du triangle AOS et montrer que $SO = 16\text{cm}$.
2. L'artisan coupe cette pyramide $SABCD$ par un plan parallèle à la base tel que $SM = 2\text{cm}$ où M est le centre de la section $IJKL$ ainsi obtenue.
 - (a) Calculer le coefficient de réduction transformant la pyramide $SABCD$ en la pyramide $SIJKL$.
 - (b) En déduire la longueur SI puis la longueur IA .

Partie II

L'artisan fabrique donc des boîtes sur le modèle du tronc de pyramide $ABCDIJKL$.
Le confiseur vend ces boîtes remplies de bonbons et de chocolats à une grande surface.

Deux tarifs sont proposés au choix :

- **Tarif A** : 2€ la boîte tous frais compris.
- **Tarif B** : 300€ de frais quel que soit le nombre de boîtes achetées et la boîte est vendue 1,5€.

1. Le nombre de boîtes achetées par la grande surface est noté x .
 - (a) On note S_A la somme à payer pour l'achat de x boîtes au tarif A.
Exprimer S_A en fonction de x .
 - (b) On note S_B la somme à payer pour l'achat de x boîtes au tarif B.
Exprimer S_B en fonction de x .
2. Sur une feuille de papier millimétré, tracer un repère orthogonal (O, I, J) .
Les unités choisies sont :
 - en abscisses : 1cm pour 100 boîtes ;
 - en ordonnées : 1cm pour 100€ ;Dans ce repère, tracer les droites (d) et (d') suivantes :
 - (d) représentative de la fonction $f : x \mapsto 2x$
 - (d') représentative de la fonction $g : x \mapsto 1,5x + 300$
3. En utilisant le graphique précédent, déterminer la formule la plus avantageuse pour la grande surface dans les deux cas suivants :
 - (a) pour l'achat de 500 boîtes ;
 - (b) pour l'achat de 700 boîtes.
4. On voudrait savoir à partir de quel nombre de boîtes achetées le tarif B devient plus avantageux pour la grande surface que le tarif A.
Déterminer ce nombre à l'aide de la résolution d'une équation.