Brevet Afrique 1996

http://melusine.eu.org/syracuse/poulecl

1 Partie numérique

1.1 Exercice 1

1. Mettre sous la forme la plus simple le nombre $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{30}$.
2. Mettre sous la forme $a\sqrt{5}$ avec a entier le nombre $\sqrt{45} - \sqrt{5}$.

1.2 Exercice 2

Résoudre chacune des équations suivantes :

1. $\frac{x-3}{5} = \frac{7}{2}$
2. $(x+2)(x-11) = 0$.

1.3 Exercice 3

On donne les nombres $A = 2\sqrt{5} + 3$ et $B = 2\sqrt{5} - 3$.
Calculer le carré A^2 en donnant le résultat sous la forme $a\sqrt{5} + b$, avec a et b entiers, puis calculer le produit $A \times B$ en donnant le résultat sous la forme d'un nombre entier.

1.4 Exercice 4

Deux frères, Marc et jean, possèdent chacun un jardin. L'aire du jardin de Marc est les 3/4 de l'aire du jardin de Jean. Les deux frères possèdent en tout $1\,470\,m^2$.
Quelles sont les aires des jardins de Marc et de Jean ?

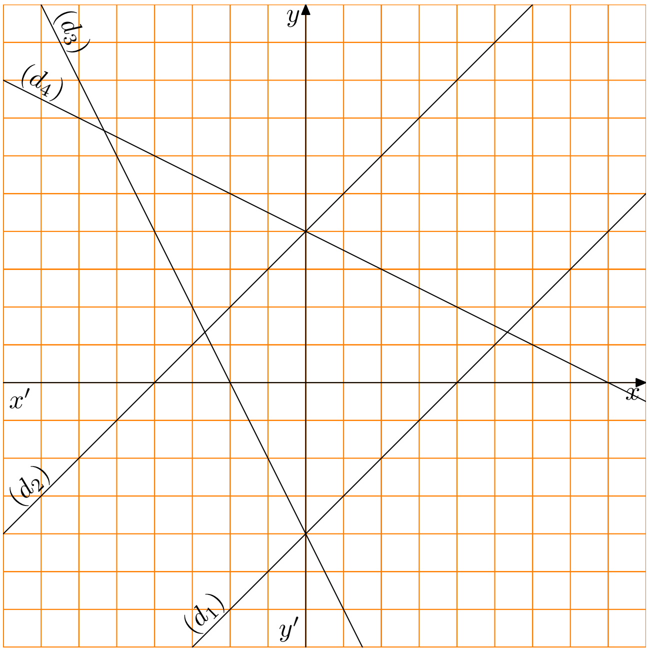
2 Partie géométrique

2.1 Exercice 1

La liste suivante contient les équations de dix droites :

$$y = \frac{1}{2}x + 4 \qquad y = \frac{1}{2}x - 4 \qquad y = -\frac{1}{2}x + 4 \qquad y = -\frac{1}{2}x - 4 \qquad y = x + 4$$
$$y = x - 4 \qquad y = 2x + 4 \qquad y = 2x - 4 \qquad y = -2x + 4 \qquad y = -2x - 4$$

On a choisi quatre équations dans cette liste, puis on a représenté les droites correspondantes dans le repère orthonormal $(O,\ I,\ J)$.



1. Recopier le tableau suivant, puis le compléter en retrouvant les équations correspondantes dans la liste.

Nom de la droite	(d_1)	(d_2)	(d_3)	(d_4)
Equation de la droite				

2. En choisissant dans la liste donnée, citer les équations de deux droites parallèles, puis celles de deux droites perpendiculaires.

2.2 Exercice 2

Construire un triangle équilatéral ABC de $5\,cm$ de côté, puis placer sur la figure les points M et N tels que $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AC}$.

2.3 Exercice 3

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O,\ I,\ J)$, on considère les points suivants $E(0; -4)$; $F(4; 2)$; $G(-3; -2)$.

1. En prenant $1\,cm$ pour unité, construire le repère et placer les points E, F et G.
2. Calculer la distance EF.
3. Démontrer que le triangle GEF est rectangle en E.
4. Calculer les coordonnées du milieu K du segment $[EF]$.

3 Problème

On considère un triangle ABC isocèle en A tel que le côté $[AB]$ mesure $7,5\,cm$ et le côté $[BC]$ mesure $12\,cm$. Soit M le milieu du segment $[BC]$ et soit N le projeté orthogonal[1] du point B sur la droite (AC).

1. Construire la figure en vraie grandeur.
2. Que représente la droite (BN) pour le triangle ABC ? Pourquoi ?
3. Soit $(\mathcal{C})$ le cercle circonscrit au triangle ABN. On désigne par O le centre de ce cercle $(\mathcal{C})$.
   (a) Démontrer que le triangle AMB est rectangle en M.
   (b) Démontrer que O est le milieu du segment $[AB]$.
   (c) Démontrer que le point M est sur le cercle $(\mathcal{C})$.
4. (a) Exprimer $\cos \widehat{NCB}$ dans le triangle CNB rectangle en N.
   (b) Calculer $\cos \widehat{ACM}$ dans le triangle CAM rectangle en M.
   (c) Déduire des deux questions précédentes que la longueur CN est $9,6\,cm$.
   (d) Calculer la longueur BN.
   (e) Donner une valeur approchée de l'angle $\widehat{ACM}$ à un degré près.
5. Soit P le symétrique du point N par rapport au point O. Placer le point P et démontrer que le quadrilatère $ANBP$ est un rectangle.

[1] Autrement dit, les droites (BN) et (AC) sont perpendiculaires.