Épreuve pratique du Bac. S — Sujet 1

Soit (u_n) la suite définie par récurrence de la manière suivante :

$u_0 = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 2n - 11$.

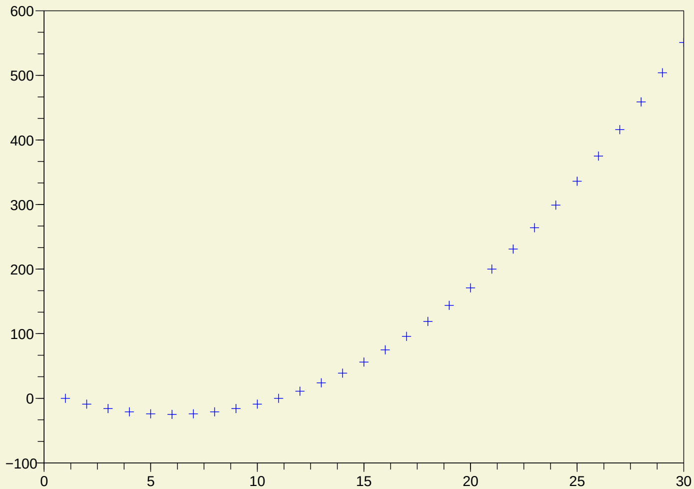
Déterminons les trente premiers termes de la suite en remarquant que le premier terme est u_0 mais que, pour *Scilab*, ce sera u(1).

```
--> u(1)=0;
--> for n=1:29; u(n+1)=u(n)+2*n-11; end
```

Représentons graphiquement les points correspondants :

```
--> plot(u,"+")
```

Getting Info on cmap$_s ize$|



On peut penser que les points sont sur une parabole d'équation :

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c,$$

les coefficients a, b et c étant à déterminer.

Si $u_n = f(n)$, pour tout $n \in \mathbb{N}$, alors a, b et c doivent vérifier le système (S) :

$$\begin{aligned} c &= u(1) \\ a + b + c &= u(2) \\ 4a + 2b + c &= u(3) \end{aligned}$$

On définit pour cela les matrices A et B sous *Scilab* de la manière suivante :

```
--> A=[0 0 1;1 1 1;4 2 1];
--> B=[u(1);u(2);u(3)];
--> X=A\B
 X  =
   1
 -10
   0
```

Ce qui nous permet de conjecturer que

$$u_n = n^2 - 10n.$$

Comparons les trente premiers termes calculés plus haut aux trente premiers termes $n^2 - 10n$.

```
--> for i=1:30,v(i)=(i-1)^2-10*(i-1);end
```

Pour comparer `u` et `v`, déterminons le *minimum* et le *maximum* de la différence, si nous trouvons 0 pour les deux, c'est gagné !

```
--> min(u-v)
 ans  =
0
--> max(u-v)
 ans  =
0
```

Ne reste plus qu'à démontrer cette propriété par récurrence sur n pour être complètement rigoureux.