Devoir surveillé n° 3

3e C – Le mercredi 21/11/2007

Calculatrice interdite

■ Exercice 1.

1) Développer et réduire ces nombres de façon à obtenir l'écriture la plus simple possible :

$$a = \left(\sqrt{6}-1\right)^2 - \left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2 \qquad b = \sqrt{2}\left(\sqrt{6}-1\right) - \sqrt{3}\left(\sqrt{6}+2\right) \qquad c = \left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{10}-1\right)$$

2) Calculer ce nombre et donner le résultat sous la forme la plus simple :

$$d = \frac{\dfrac{2}{3} \times \dfrac{5}{6}}{\dfrac{2}{3} + \dfrac{5}{6}}$$

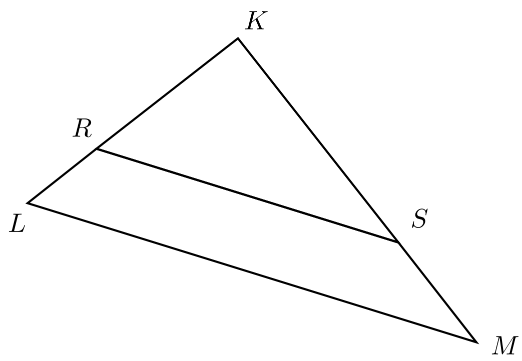
■ Exercice 2.

La figure ci-contre n'est pas à l'échelle et n'est représentée en vraie grandeur. Elle ne sert qu'à indiquer la disposition des points de cet exercice.

La figure n'est pas à reproduire.

On donne les longueurs suivantes en cm :

- $KR = \sqrt{2}$
- $KL = 2$
- $KS = \sqrt{6}$
- $KM = 2\sqrt{3}$



1) Montrer que les droites (RS) et (LM) sont parallèles.

2) On donne $RS = 2\sqrt{2}$ cm.
Calculer la longueur LM.

3) On donne les valeurs approchées des côtés du triangle KRS :

- $KR = \sqrt{2} \simeq 1,41$ cm
- $KS = \sqrt{6} \simeq 2,45$ cm
- $RS = 2\sqrt{2} \simeq 2,83$ cm

a) Le triangle KRS est-il rectangle ? Justifier.
b) Calculer l'aire du triangle KRS, et donner le résultat sous la forme $\sqrt{a}$ où a est un entier.

■ Exercice 3.

Montrer par le calcul que ces nombres sont égaux :

$$a = \sqrt{98} + 7\sqrt{2} - 3\sqrt{32} \qquad b = \frac{2\sqrt{2}+4}{\sqrt{2}+1} \qquad c = \sqrt{\frac{2}{35}} \times 2\sqrt{15} \times \sqrt{\frac{7}{3}}$$

■ Exercice 4.

Soit l'expression littérale $E = (4x-7)^2 - (4x-7)(3x-8)$

1) Développer et réduire E.

2) Factoriser E.

3) Calculer la valeur de E lorsque :

a) $x = \sqrt{3}$.
b) $x = -2$

■ Pour chercher...

Calculer l'inverse de ce nombre : $5\sqrt{2} - 7$.

Correction du devoir surveillé n° 4

■ Exercice 1.

1) $a = \left(\sqrt{6}-1\right)^2 - \left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2$

$a = \left(\sqrt{6}\right)^2 - 2\sqrt{6} + 1 - \left(\left(\sqrt{2}\right)^2 - 2\sqrt{6} + \left(\sqrt{3}\right)^2\right)$

$a = 6 - \cancel{2\sqrt{6}} + 1 - 2 + \cancel{2\sqrt{6}} - 3$

$\boldsymbol{a = 2}$

$b = \sqrt{2}\left(\sqrt{6}-1\right) - \sqrt{3}\left(\sqrt{6}+2\right)$

$b = \sqrt{12} - \sqrt{2} - \sqrt{18} + 2\sqrt{3}$

$b = \sqrt{4}\sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{9}\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

$b = \cancel{2\sqrt{3}} - \sqrt{2} - 3\sqrt{2} - \cancel{2\sqrt{3}}$

$\boldsymbol{b = -4\sqrt{2}}$

$c = \left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{10}-1\right)$

$c = \sqrt{50} - \sqrt{5} - \sqrt{20} + \sqrt{2}$

$c = \sqrt{25}\sqrt{2} - \sqrt{5} - \sqrt{4}\sqrt{5} + \sqrt{2}$

$c = 5\sqrt{2} - \sqrt{5} - 2\sqrt{5} + \sqrt{2}$

$\boldsymbol{c = 6\sqrt{2} - 3\sqrt{5}}$

2) $d = \dfrac{\dfrac{2}{3}\times\dfrac{5}{6}}{\dfrac{2}{3}+\dfrac{5}{6}} = \dfrac{\dfrac{\cancel{2}}{3}\times\dfrac{5}{\cancel{2}\times 3}}{\dfrac{4}{6}+\dfrac{5}{6}}$

$d = \dfrac{5}{9} \div \dfrac{9}{6} = \dfrac{5}{9}\times\dfrac{6}{9} = \dfrac{5}{9}\times\dfrac{\cancel{3}\times 2}{\cancel{3}\times 3} = \boldsymbol{\dfrac{10}{27}}$

■ Exercice 2.

1) $\dfrac{KR}{KL} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad$ $\dfrac{KS}{KM} = \dfrac{\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{2}\cancel{\sqrt{3}}}{2\cancel{\sqrt{3}}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

On obtient l'égalité $\dfrac{KR}{KL} = \dfrac{KS}{KM}$, les points K, R, L et K, S, M sont alignés dans le même ordre, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, **les droites (RS) et (LM) sont parallèles**.

2) Les droites (RL) et (SM) se coupent en K, les droites (RS) et (LM) sont parallèles, donc d'après le théorème de Thalès : $\dfrac{KR}{KL} = \dfrac{KS}{KM} = \dfrac{RS}{LM}$ donc $\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{LM}$ ce qui donne $LM = \dfrac{2\times 2\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{\sqrt{2}}} = \mathbf{4\ cm}$

3) a) Le plus long côté du triangle KRS est $[RS]$:

$RS^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2 = 4\left(\sqrt{2}\right)^2 = 8$ $\qquad$ $KR^2 + KS^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{6}\right)^2 = 2 + 6 = 8$

On obtient l'égalité $RK^2 = SR^2 + SK^2 RS^2 = KR^2 + KS^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle RSK est rectangle en S**.

b) L'aire du triangle KRS est : $A_{KRS} = \dfrac{KR\times KS}{2} = \dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{6}}{2} = \dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{2}\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\cancelto{2}{(\sqrt{2})^2}\times\sqrt{3}}{\cancel{2}} = \boldsymbol{\sqrt{3}\ \mathbf{cm^2}}$

■ Exercice 3.

$a = \sqrt{98} + 7\sqrt{2} - 3\sqrt{32}$

$a = \sqrt{49}\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{16}\sqrt{2}$

$a = 7\sqrt{2} + 7\sqrt{2} - 12\sqrt{2}$

$\boldsymbol{a = 2\sqrt{2}}$

$b = \dfrac{2\sqrt{2}+4}{\sqrt{2}+1}$

$b = \dfrac{(2\sqrt{2}+4)(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$

$b = \dfrac{2(\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 4}{(\sqrt{2})^2 - 1^2}$

$b = \cancel{4} - 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - \cancel{4}$

$\boldsymbol{b = 2\sqrt{2}}$

$c = \sqrt{\dfrac{2}{35}} \times 2\sqrt{15} \times \sqrt{\dfrac{7}{3}}$

$c = \dfrac{\sqrt{2}}{\cancel{\sqrt{7}}\times\cancel{\sqrt{5}}} \times 2\cancel{\sqrt{3}}\cancel{\sqrt{5}} \times \dfrac{\cancel{\sqrt{7}}}{\cancel{\sqrt{3}}}$

$\boldsymbol{c = 2\sqrt{2}}$

a, b et c sont tous égaux à $2\sqrt{2}$, on a bien $\boldsymbol{a = b = c}$.

■ Exercice 4.

1) $E = (4x-7)^2 - (4x-7)(3x-8)$

$E = 16x^2 - 56x + 49 - (12x^2 - 32x - 21x + 56)$

$E = 16x^2 - 56x + 49 - 12x^2 + 32x + 21x - 56$

$\boldsymbol{E = 4x^2 - 3x - 7}$

2) $E = (4x-7)(4x-7) - (4x-7)(3x-8)$

$E = (4x-7)[(4x-7) - (3x-8)]$

$E = (4x-7)(4x-7-3x+8)$

$\boldsymbol{E = (4x-7)(x+1)}$

3) a) $E = 4\times(\sqrt{3})^2 - 3\sqrt{3} - 7 = 12 - 3\sqrt{3} - 7$

$\boldsymbol{E = 5 - 3\sqrt{3}}$

b) $E = 4\times(-2)^2 - 3\times(-2) - 7 = 16 + 6 - 7$

$\boldsymbol{E = 15}$

■ Pour chercher...

L'inverse de $5\sqrt{2}-7$ est : $\dfrac{1}{5\sqrt{2}-7} = \dfrac{1}{5\sqrt{2}-7}\times\dfrac{5\sqrt{2}+7}{5\sqrt{2}+7} = \dfrac{5\sqrt{2}+7}{25(\sqrt{2})^2-7^2} = \dfrac{5\sqrt{2}+7}{1} = \boldsymbol{5\sqrt{2}+7}$