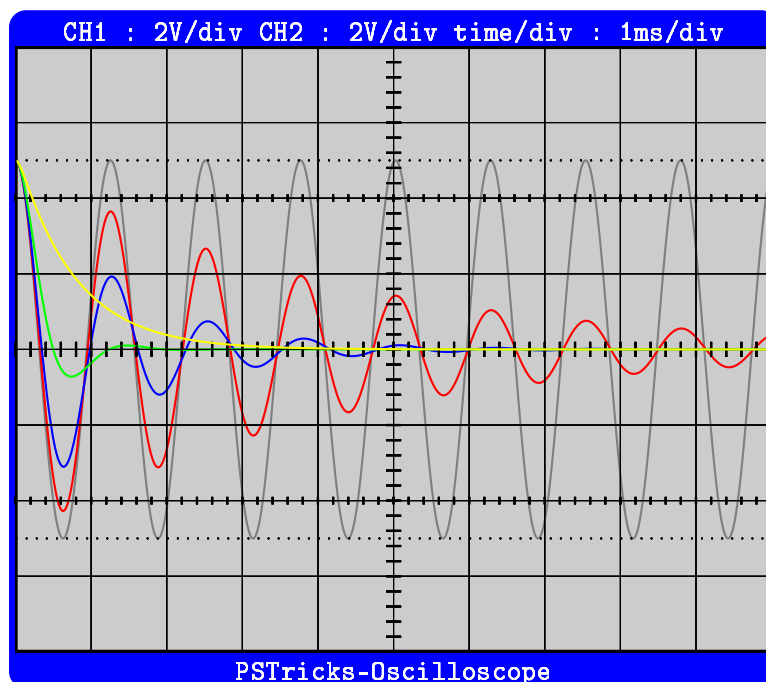


Étude des oscillations électriques avec PStricks

Manuel Luque

15 février 2003



1 Le problème

Le commutateur¹ est sur le plot 1 le condensateur se charge, on bascule le commutateur sur le plot 2 pour le décharger. C'est un problème que j'ai déjà traité avec PStricks², je le reprends aujourd'hui en le limitant au cas des oscillations libres, car c'est la partie essentielle des oscillations électriques du nouveau programme de physique de terminale S. Soit $R = r + r'$ la résistance totale du circuit. On établira³ sans peine l'équation différentielle du circuit en fonction de la tension u aux bornes du condensateur.

$$\ddot{u} + 2\lambda\dot{u} + \omega_0^2 u = 0$$

Après avoir posé :

$$2\lambda = \frac{R}{L}, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad \text{et} \quad R_C = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

¹Le schéma a été réalisé avec `pst-circ`, ce package peut-être obtenu chez : <http://christophe.jorssen.free.fr/>

²<http://members.aol.com/Mluque5130/index.htm>

³Voir par exemple le petit livre des éditions VUIBERT PRÉPA : *Oscillations*.

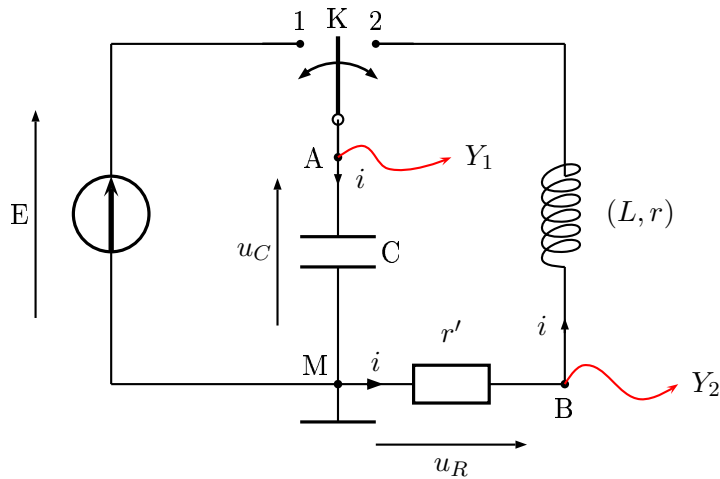


FIG. 1 – Montage pratique

Je me propose d'écrire une commande en **PSTricks** simulant ce que l'on observerait sur l'écran d'un oscilloscope possédant deux voies Y_1 et Y_2 (et même plus, on verra par la suite), en incluant aussi la possibilité d'inverser, d'additionner et de soustraire les voies, ainsi que de passer en mode XY . La base de temps et les sensibilités verticales étant bien sûr paramétrables, par l'intermédiaire de cette commande.

Rappelons les trois régimes possibles suivant la valeur de la résistance totale R du circuit.

1) Régime pseudo-périodique : $R < R_C$. Les conditions initiales seront les suivantes :

$$\begin{cases} u(0) = E \\ \frac{du}{dt}(0) = 0 \end{cases}$$

En posant $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$, les solutions sont :

$$u(t) = Ee^{-\lambda t} \left(\cos \Omega t + \frac{\lambda}{\Omega} \sin \Omega t \right)$$

$$i(t) = C \frac{du}{dt} = -CEe^{-\lambda t} \left(\Omega - \frac{\lambda^2}{\Omega} \right) \sin \Omega t$$

2) Régime critique : $R = R_C$.

$$u(t) = Ee^{-\lambda t} (\lambda t + 1)$$

$$i(t) = C \frac{du}{dt} = -CE\lambda^2 t e^{-\lambda t}$$

3) Régime apériodique : $R > R_C$. On pose :

$$\begin{cases} r_1 = -\lambda + \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2} \\ r_2 = -\lambda - \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2} \\ a = -\frac{r_2 E}{r_1 - r_2} \\ b = \frac{r_1 E}{r_1 - r_2} \end{cases}$$

$$u(t) = ae^{r_1 t} + be^{r_2 t}$$

$$i(t) = C \frac{du}{dt} = C (ar_1 e^{r_1 t} + br_2 e^{r_2 t})$$

Pour représenter l'image de l'intensité, on visualise la tension aux bornes de r' , soit avec les conventions d'orientation :

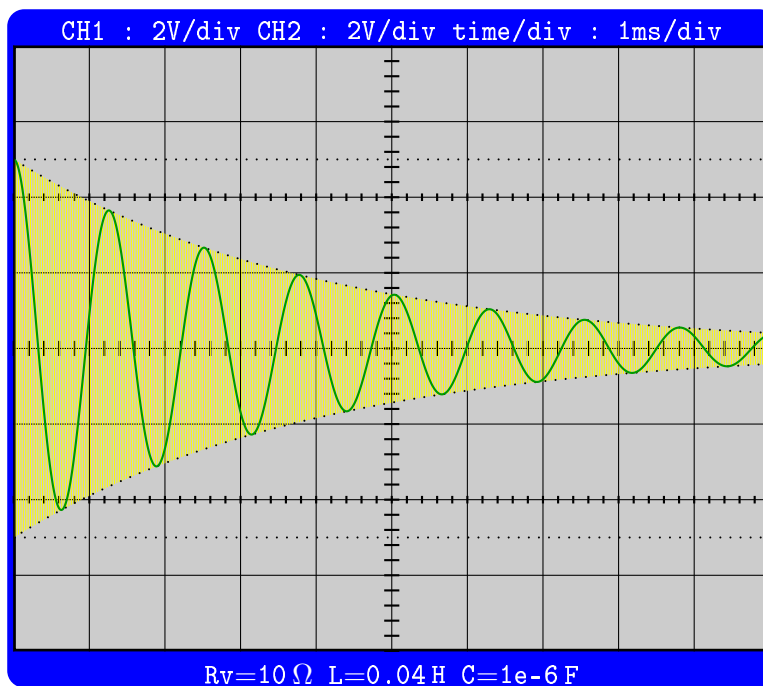
$$u_{r'} = -r'i = -r'C \frac{du}{dt}$$

Pour retrouver le "bon signe" on positionnera le paramètre `invert2=true`.

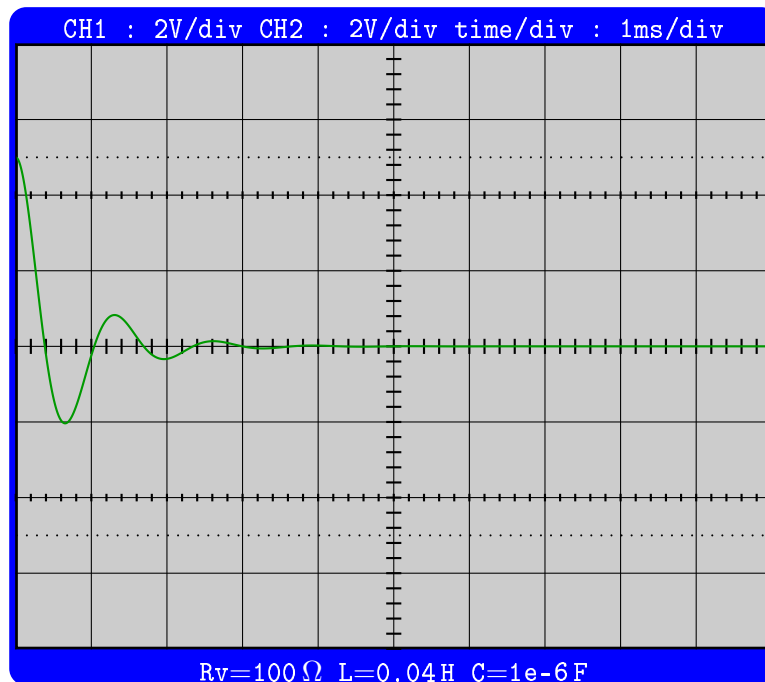
2 La définition de la commande

2.1 Tension aux bornes du condensateur sur la voie Y1

_____ tension aux bornes de C _____
`\psRLC[rv=10,enveloppe=true]`

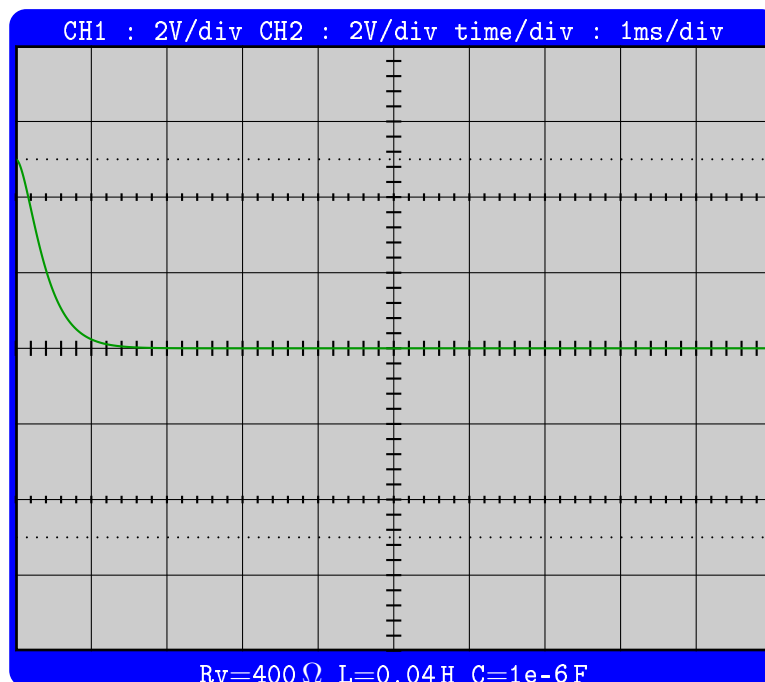


_____ tension aux bornes de C très amortie _____
`\psRLC[rv=100]`



tension aux bornes de C en régime critique

`\psRLC[rv=400]`



2.2 Tension aux bornes du condensateur sur la voie Y1 et tension aux bornes de r' sur la voie Y2

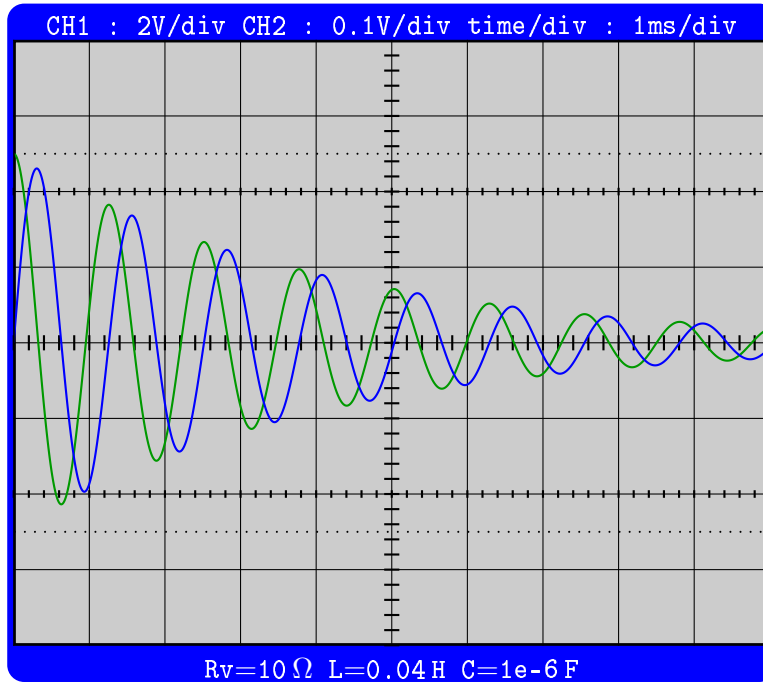
2.2.1 La voie Y2 n'est pas inversée

Le paramètre `i=true` est passé en option générale si plusieurs figures doivent être dessinées avec les deux voies, ou bien rendu actif sur une seule commande, comme dans l'exemple qui suit.

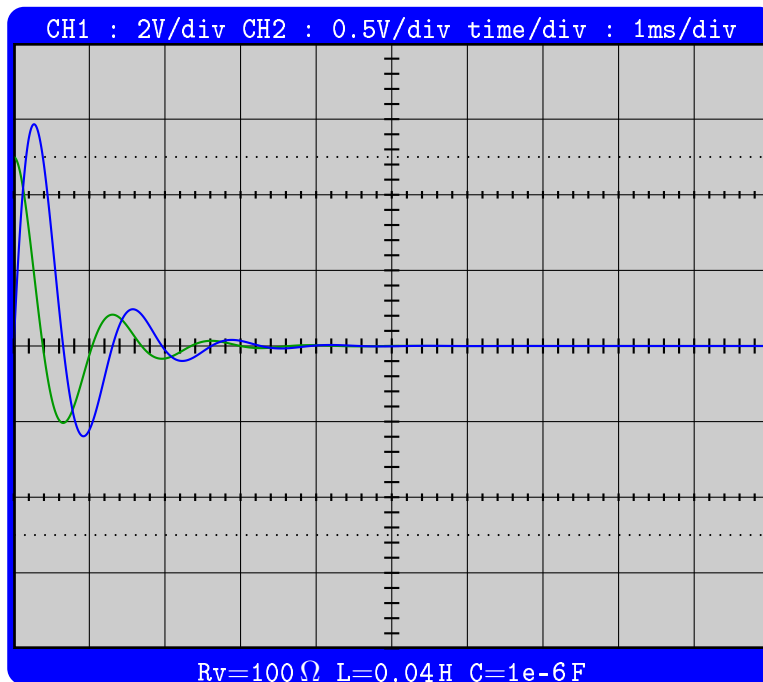
`\psset{i=true}`

Comme sur l'exemple suivant.

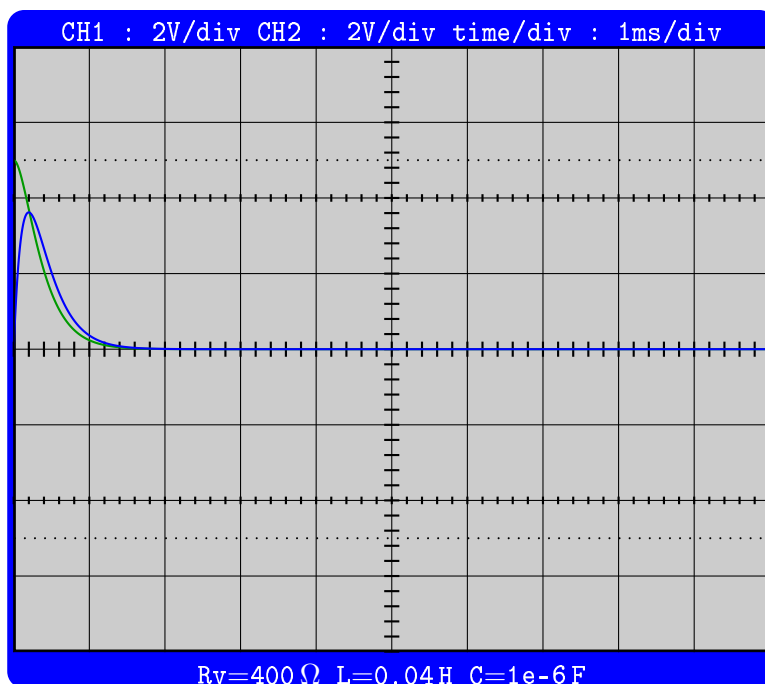
_____ tension aux bornes de C et de r' _____
`\psRLC[rv=10,Y2=0.1,i=true]`



_____ tension aux bornes de C et de r' _____
`\psRLC[rv=100,Y2=0.5]`



_____ tension aux bornes de C et de r' en régime critique _____
`\psRLC[rv=400]`

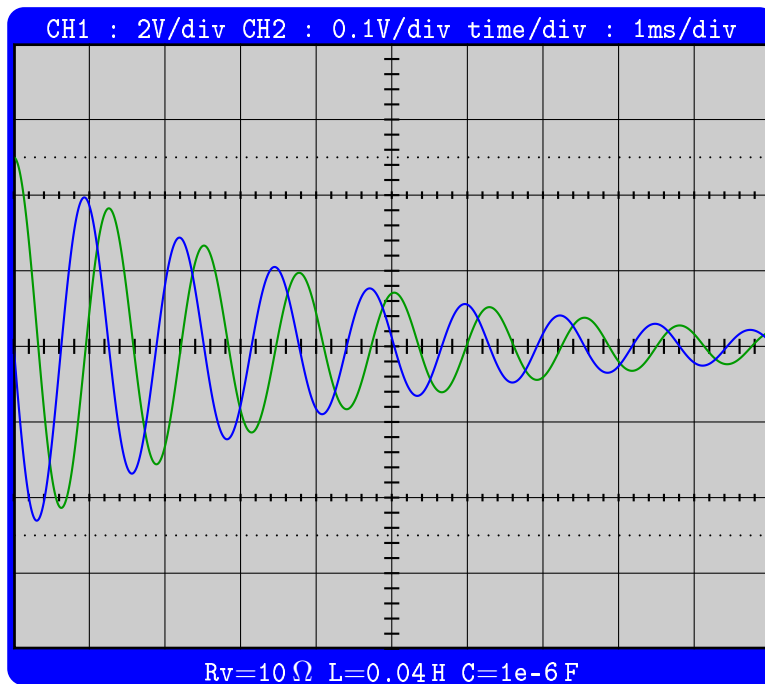


2.2.2 La voie Y2 est inversée

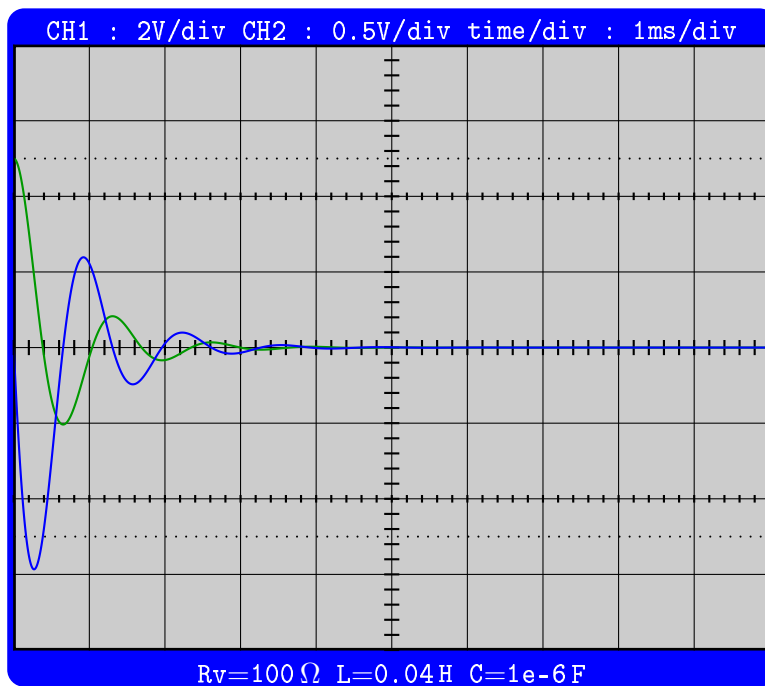
Comme dans l'exemple précédent, les paramètres `i=true`, `invertY2=true` sont passés en option générale si plusieurs figures doivent être dessinées avec les deux voies, ou bien rendus actifs sur une seule commande, ainsi que le montre l'exemple suivant.

```
\psset{i=true,invertY2=true}
```

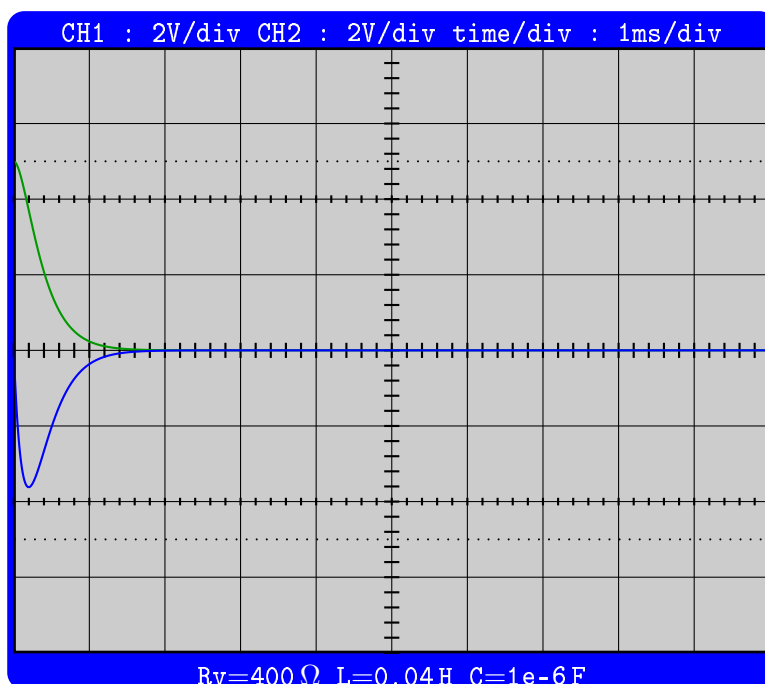
_____ tension aux bornes de C et de r' voie Y2 inversée _____
`\psRLC[rv=10,Y2=0.1,invertY2=true]`



tension aux bornes de C et de r' voie Y2 inversée
`\psRLC[rv=100,Y2=0.5,invertY2=true]`

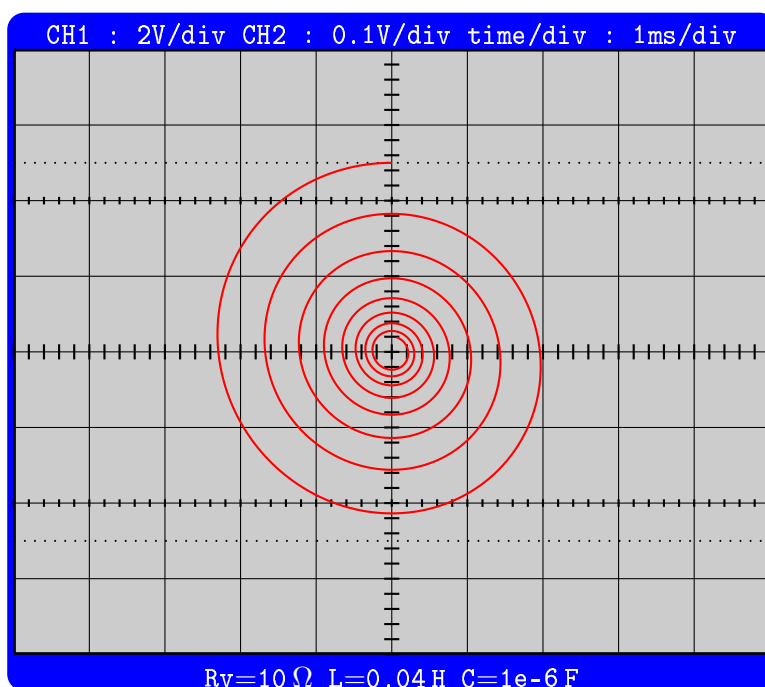


tension aux bornes de C et de r' voie Y2 inversée
`\psRLC[rv=400]`



2.3 Mode XY : intensité en abscisse et tension en ordonnée

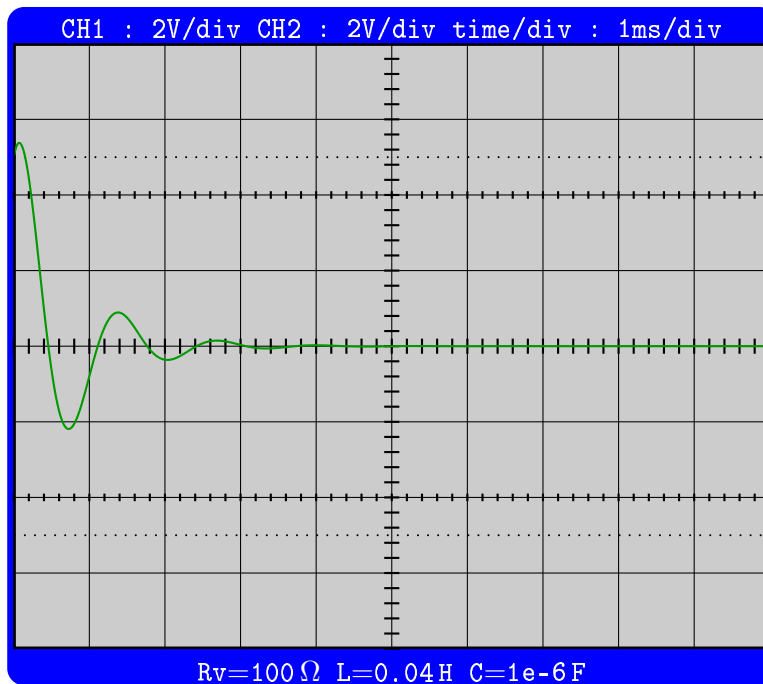
```
\psRLC[rv=10,XY=true,Y2=0.1]
```



3 Additionner ou soustraire les voies

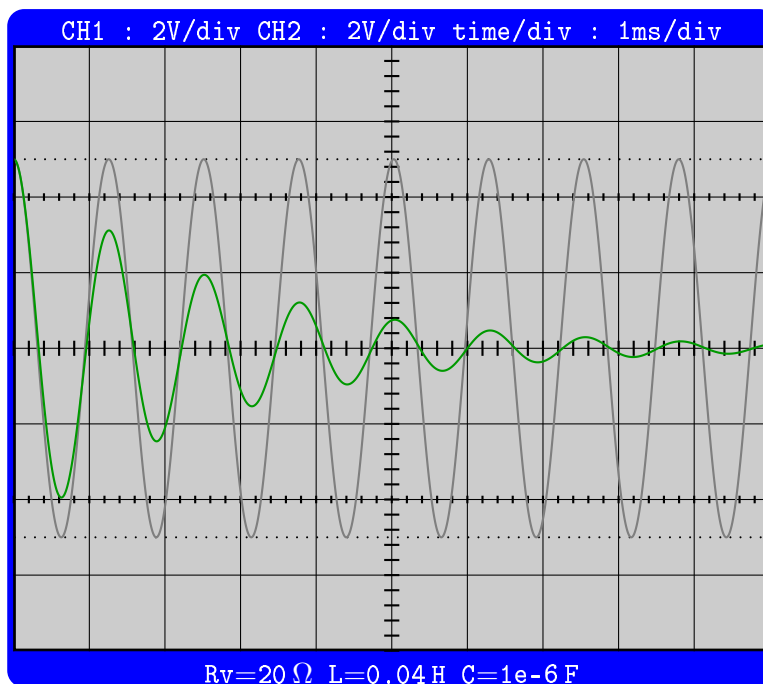
Cette fonction exclue toutes les autres. Le résultat de l'addition ou de la soustraction est représenté sur la Y1. Pour soustraire $Y_1 - Y_2$, inverser la voie Y2 puis additionner. De même pour faire $Y_2 - Y_1$ inverser Y1. Le résultat sera exact si la sensibilité verticale est la même pour les deux voies.

mode XY
`\psRLC[rv=100,add=true,invertY2=true]`



4 La possibilité de représenter en surimpression, la trace de la tension sinusoïdale de période T_0

Surimpression de la tension sinusoïdale
`\psRLC[rv=20,sinus=true]`

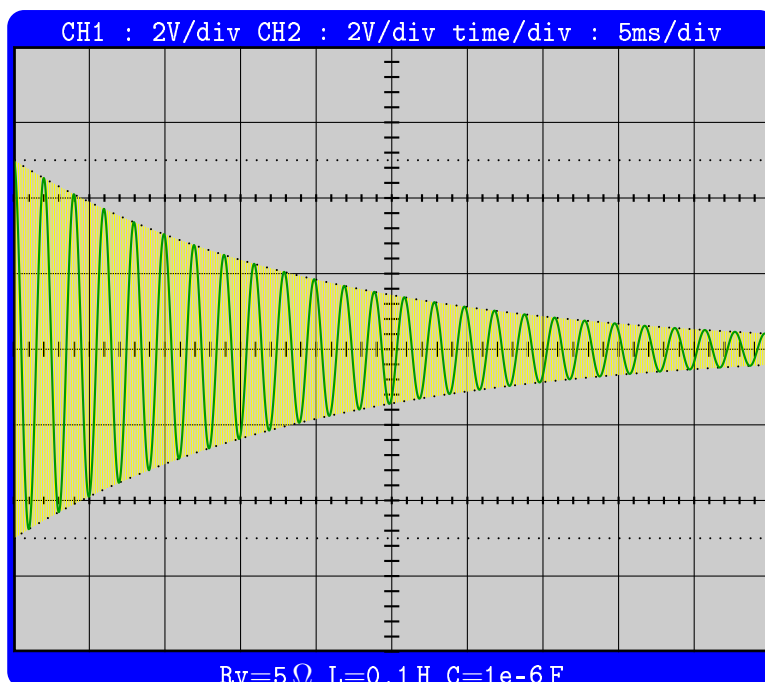


5 La possibilité de dessiner l'enveloppe de la tension

Cette possibilité a été illustrée au tout début. Elle n'a d'intérêt que pour les oscillations pseudo-périodiques. En voici un autre exemple.

Surimpression de la tension sinusoidale

```
\psRLC[rb=5,rv=5,enveloppe=true,L=0.1,balayage=5]
```



6 Les paramètres

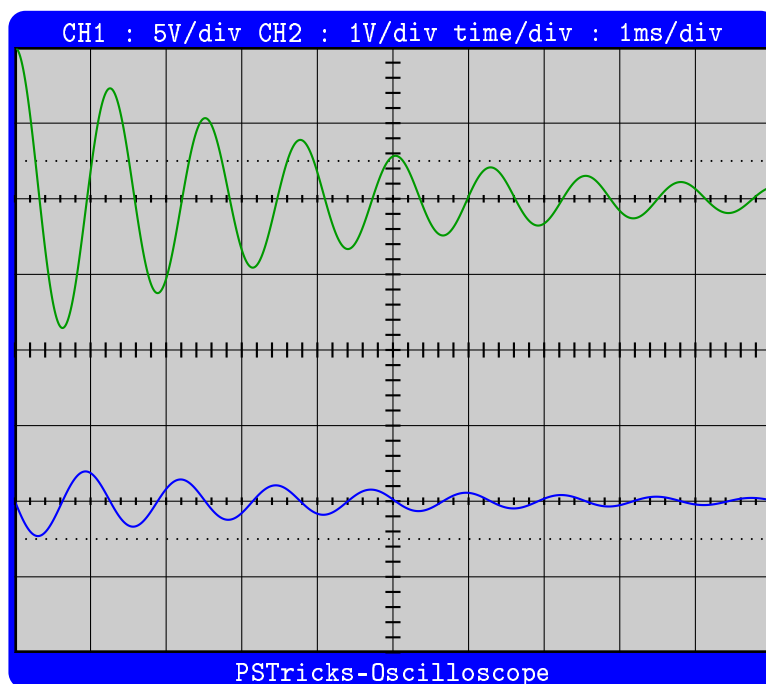
Paramètres	par défaut	particularités
E	5	tension initiale en V
rb	10	résistance de la bobine en Ω
rv	10	résistance additionnelle variable en Ω
L	0,040	inductance de la bobine en H
C	1e-6 (1.10 ⁻⁶)	capacité du condensateur en F
balayage	1	en ms/div
Y1	2	sensibilité verticale de la voie 1 en V/div
Y2	2	sensibilité verticale de la voie 2 en V/div
offsetY1	0	décalage vertical de Y1 en div
offsetY2	0	décalage vertical de Y2 en div
invertY1	false	pour inverser la voie Y1 (true)
invertY2	false	pour inverser la voie Y2 (true)
XY	false	mode XY : Y2 en abscisse et Y1 en ordonnée
i	false	tension aux bornes de r' sur la voie Y2
add	true	additionne les voies, met le résultat sur Y1
sinus	false	avec true , met la sinusoïde en surimpression
enveloppe	false	avec true , dessine l'enveloppe des oscillations amorties

7 Décaler les deux voies pour faire des comparaisons

```

tension aux bornes de C et de r' voie Y2 inversée
{\psset{i=true,datas=false}
\psRLC[E=10,Y2=1,Y1=5,invertY2=true,offsetY1=2,offsetY2=-2]
}

```



8 Modifier le design de l'oscilloscope, des courbes etc.

La couleur de fond de l'écran, la couleur et l'épaisseur du trait des oscillogrammes de chaque voie, la transparence de l'enveloppe sont définis par un style. Dans le fichier source, au début du fichier on a :

```

\newsstyle{colorVert}{plotpoints=10000,linecolor=Vert}
\newsstyle{colorBlue}{plotpoints=10000,linecolor=blue}
\newsstyle{colorRed}{plotpoints=10000,linecolor=red}
\newsstyle{colorscreen}{fillstyle=solid,fillcolor=MonGris}
\newsstyle{enveloppeJaune}{fillstyle=vlines,hatchcolor=yellow,%
hatchsep=1\pslinewidth,hatchangle=0,hatchwidth=0.1\pslinewidth}
\newsstyle{colorcadre}{linestyle=none,fillstyle=solid,fillcolor=blue,framearc=0.05}

```

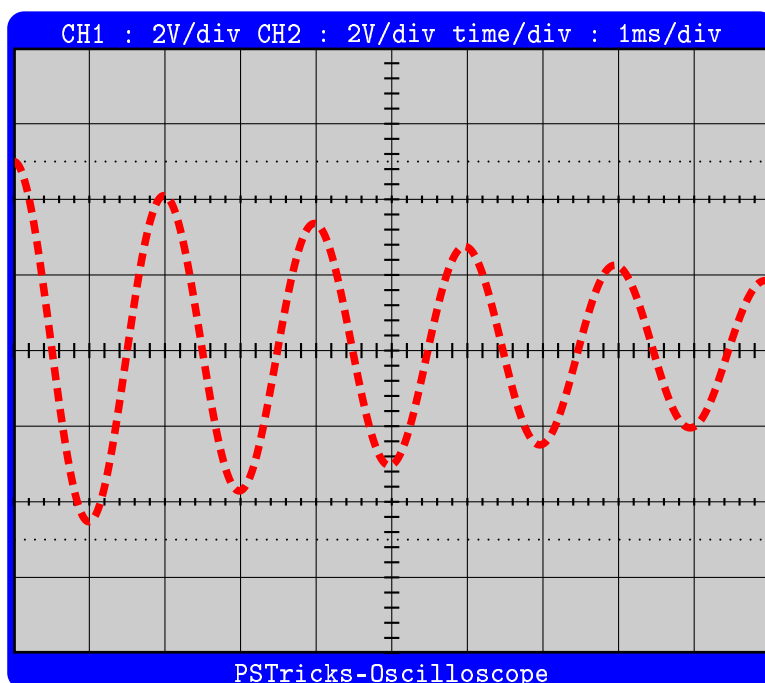
Ils définissent dans l'ordre :

- le nombre de points calculés, la couleur du tracé de :
 - voie Y1;
 - voie Y2;
 - mode XY.
- la couleur de fond de l'écran;
- le style de l'enveloppe.

Ces paramètres sont modifiables en créant son propre style, par exemple :

```
\newsstyle{MonStyleY1}{plotpoints=1000,linecolor=red,linestyle=dashed,linewidth=1mm}
```

```
MonStyleY1
\psRLC[styleY1=MonStyleY1,L=0.1,datas=false]
```



style	par défaut	particularités
styleY1	colorVert	tracé de Y1
styleY2	colorBlue	tracé de Y2
styleXY	colorRed	tracé en mode XY
stylescreen	colorscreen	couleur du fond de l'écran
styleenveloppe	enveloppeJaune	couleur de l'enveloppe
stylecadre	colorcadre	style du cadre

9 Représenter plusieurs courbes sur l'écran

Il faut d'abord positionner l'option `datas=false`, puis placer tous les écran ou même endroit et définir un style différent pour chaque voie.

```
\newsstyle{MonStyleY11}{plotpoints=1000,linecolor=red}
\newsstyle{MonStyleY12}{plotpoints=1000,linecolor=blue}
\newsstyle{MonStyleY13}{plotpoints=1000,linecolor=green}
\newsstyle{couleurVide}{fillstyle=none}
```

```
\begin{pspicture}(-5,-5)(5,5)
\psset{datas=false}
\rput(0,0){\psRLC[styleY1=MonStyleY11,rv=10,sinus=true]}
\rput(0,0){\psRLC[styleY1=MonStyleY12,rv=50,%
styleScreen=couleurVide,stylecadre=couleurVide]}
```

```

\rput(0,0){\psRLC[styleY1=MonStyleY13,rv=200,%
    stylescreen=couleurVide,stylecadre=couleurVide]}
\rput(0,0){\psRLC[styleY1=MonStyleY14,rv=800,%
    stylescreen=couleurVide,stylecadre=couleurVide]}
\end{pspicture}

```

