

Décompositions en éléments simples

Jean-Michel Sarlat
26 mars 2003

Ce document a été généré par la **fabrique de Syracuse** à partir d'un fichier texte contenant des spécifications de contenu et des commandes d'interfaçage avec **Maxima**. Le traitement de ce fichier a donné lieu, dans le même temps que ce document, à la création d'une page html.

URL : <http://melusine.eu.org/syracuse/maxima/>

1 Énoncé

Décomposer les fractions suivantes en éléments simples dans $\mathbf{R}(X)$.

$$1/ \frac{X^2 + 1}{(X - 1)(X - 2)(X - 3)}$$

$$8/ \frac{X^3 + 2}{X^3(X^4 - 1)}$$

$$14/ \frac{1}{(X^3 + 3X^2 + 2X)^4}$$

$$2/ \frac{X - 2}{X^2(X - 1)}$$

$$9/ \frac{1}{X^4 + X^2 + 1}$$

$$15/ \frac{X^8 + X + 1}{X^4(X - 1)^3}$$

$$3/ \frac{2}{X(X - 1)^2}$$

$$10/ \frac{4X^3}{(X^4 - 1)^2}$$

$$16/ \frac{X^7 + 1}{(X^2 + X + 1)^3}$$

$$4/ \frac{X^5 + X^2 - X + 1}{(X - 1)^3}$$

$$11/ \frac{X^2 + 2X + 5}{X^2 - 3X + 2}$$

$$17/ \frac{X^8 + 1}{(X - 1)^2(X^3 - 8)}$$

$$5/ \frac{3X - 1}{X^2(X - 1)^2}$$

$$12/ \frac{X(X^6 - 1)}{(X^2 - 1)^3}$$

$$18/ \frac{X^2 + X + 1}{X^3(X^2 + 1)^2}$$

$$6/ \frac{1}{X^3 + 1}$$

$$13/ \frac{16}{(X - 1)^3(X + 1)^3}$$

$$19/ \frac{X^2}{X^4 - 2X^2 \cos \alpha + 1}$$

$$7/ \frac{X - 2}{X^4 - 1}$$

2 Calculs

(C2) `partfrac((X^2+1)/((X-1)*(X-2)*(X-3)),X);`

$$(D2) \quad \frac{1}{X - 1} - \frac{5}{X - 2} + \frac{5}{X - 3}$$

(C3) `partfrac((X-2)/(X^2*(X-1)),X);`

$$(D3) \quad \frac{1}{X} + \frac{2}{X^2} - \frac{1}{X - 1}$$

(C4) $\text{partfrac}(2/(X*(X-1)^2), X);$

$$(D4) \quad \frac{2}{X} - \frac{2}{X-1} + \frac{2}{(X-1)^2}$$

(C5) $\text{partfrac}((X^5+X^2-X+1)/(X-1)^3, X);$

$$(D5) \quad X^2 + 3X + \frac{11}{X-1} + \frac{6}{(X-1)^2} + \frac{2}{(X-1)^3} + 6$$

(C6) $\text{partfrac}(1/(X^3+1), X);$

$$(D6) \quad \frac{1}{3(X+1)} - \frac{X-2}{3(X^2-X+1)}$$

(C7) $\text{partfrac}((X-2)/(X^4-1), X);$

$$(D7) \quad -\frac{X-2}{2(X^2+1)} + \frac{3}{4(X+1)} - \frac{1}{4(X-1)}$$

(C8) $\text{partfrac}((X^3+2)/(X^3*(X^4-1)), X);$

$$(D8) \quad -\frac{2X+1}{2(X^2+1)} + \frac{1}{4(X+1)} - \frac{2}{X^3} + \frac{3}{4(X-1)}$$

(C9) $\text{partfrac}(1/(X^4+X^2+1), X);$

$$(D9) \quad \frac{X+1}{2(X^2+X+1)} - \frac{X-1}{2(X^2-X+1)}$$

(C10) $\text{partfrac}(4*X^3/(X^4-1)^2, X);$

$$(D10) \quad -\frac{X}{(X^2+1)^2} - \frac{1}{4(X+1)^2} + \frac{1}{4(X-1)^2}$$

(C11) $\text{partfrac}((X^2+2*X+5)/(X^2-3*X+2), X);$

$$(D11) \quad -\frac{8}{X-1} + \frac{13}{X-2} + 1$$

(C12) $\text{partfrac}(X*(X^6-1)/(X^2-1)^3,X);$

$$(D12) \quad \frac{3}{2(X+1)} - \frac{3}{4(X+1)^2} + X + \frac{3}{2(X-1)} + \frac{3}{4(X-1)^2}$$

(C13) $\text{partfrac}(16/((X-1)^3*(X+1)^3),X);$

$$(D13) \quad -\frac{3}{X+1} - \frac{3}{(X+1)^2} - \frac{2}{(X+1)^3} + \frac{3}{X-1} - \frac{3}{(X-1)^2} + \frac{2}{(X-1)^3}$$

(C14) $\text{partfrac}(1/(X^3+3*X^2+2*X)^4,X);$

$$(D14) \quad \frac{105}{32(X+2)} + \frac{41}{32(X+2)^2} + \frac{3}{8(X+2)^3} + \frac{1}{16(X+2)^4} + \frac{4}{(X+1)^2} + \frac{1}{(X+1)^4} - \frac{105}{32X} + \frac{41}{32X^2} - \frac{3}{8X^3} + \frac{1}{16X^4}$$

(C15) $\text{partfrac}((X^8+X+1)/(X^4*(X-1)^3),X);$

$$(D15) \quad X - \frac{16}{X} - \frac{9}{X^2} - \frac{4}{X^3} - \frac{1}{X^4} + \frac{22}{X-1} - \frac{3}{(X-1)^2} + \frac{3}{(X-1)^3} + 3$$

(C16) $\text{partfrac}((X^7+1)/(X^2+X+1)^3,X);$

$$(D16) \quad \frac{3X+5}{X^2+X+1} + \frac{-4X-2}{(X^2+X+1)^2} + \frac{X+1}{(X^2+X+1)^3} + X - 3$$

(C17) $\text{partfrac}((X^8+1)/((X-1)^2*(X^3-8)),X);$

$$(D17) \quad \frac{499X-5636}{588(X^2+2X+4)} + X^3 + 2X^2 + 3X - \frac{62}{49(X-1)} - \frac{2}{7(X-1)^2} + \frac{257}{12(X-2)} + 12$$

(C18) $\text{partfrac}((X^2+X+1)/(X^3*(X^2+1)^2),X);$

$$(D18) \quad \frac{X-1}{X^2+1} - \frac{1}{(X^2+1)^2} - \frac{1}{X} + \frac{1}{X^2} + \frac{1}{X^3}$$

(C19) $\text{partfrac}(X^2/(X^4-2*X^2*\cos(\alpha)+1),X);$

$$(D19) \quad \frac{X^2}{X^4-2\cos\alpha X^2+1}$$

(C20) $\text{partfrac}(X^2/(X^4-2*X^2*(2*(\cos(\alpha/2))^2-1)+1),X);$

$$(D20) \quad \frac{X}{4\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)(X^2-2\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)X+1)} - \frac{X}{4\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)(X^2+2\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)X+1)}$$