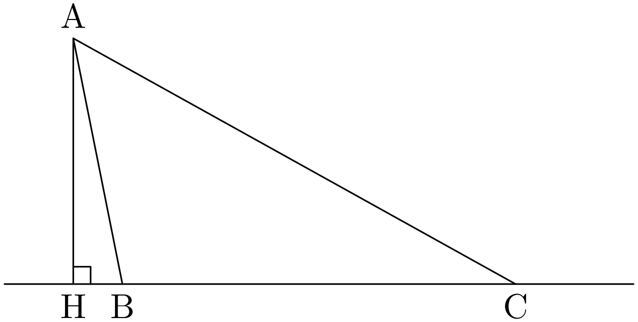

ABC est un triangle tel que $AB = 6$, $BC = 10$ et $\widehat{ABC} = 120°$. La hauteur issue de A coupe la droite (BC) au point H.(*La figure ci-contre est donnée à titre indicatif on ne demande pas de la reproduire.)*

1/ (a) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{HBA}$. En déduire BH.

(b) Calculer AH, puis l'aire du triangle ABC (on donnera les valeurs exactes).

(c) Prouver que $AC = 14$.

2/ M est un point quelconque du segment $[BC]$. On pose $CM = x$ $(0 \leqslant x \leqslant 10)$. La parallèle à la droite (AB) contenant M coupe $[AC]$ en N.

(a) Exprimer en fonction de x : NM et NC, puis BM et AN.

(b) Déduire de la question précédente que le périmètre $\mathscr{P}_1$ du triangle NMC vaut $3x$ et que le périmètre $\mathscr{P}_2$ du trapèze $ABMN$ vaut $-\dfrac{9}{5}x + 30$.

3/ (a) Tracer sur une même figure, pour compris entre 0 et 10, les représentations graphiques, dans un repère orthogonal, de la fonction qui à x associe $3x$ et de celle qui à x associe $-\dfrac{9}{5}x + 30$ (unité : 1 cm sur l'axe des abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées).
On désigne par K le point d'intersection de ces deux représentations.

(b) À l'aide du graphique, encadrer par deux entiers consécutifs l'abscisse du point K (on laissera apparents les traits de construction).

(c) Déterminer les valeurs exactes des coordonnées de K.

(d) En déduire pour quelle valeur de x le triangle NMC et le trapèze $ABMN$ ont le même périmètre. Quelle est alors la valeur de ce périmètre ?