CLERMONT – 1996

L'unité de longueur est le centimètre.

Première partie On considère un triangle isocèle SBC tel que $SB = SC = 5$ et $BC = 6$. La hauteur issue de S coupe le segment $[BC]$ en I.

1/ Faire une figure que l'on complétera dans la question 4.

2/ Démontrer que $SI = 4$.

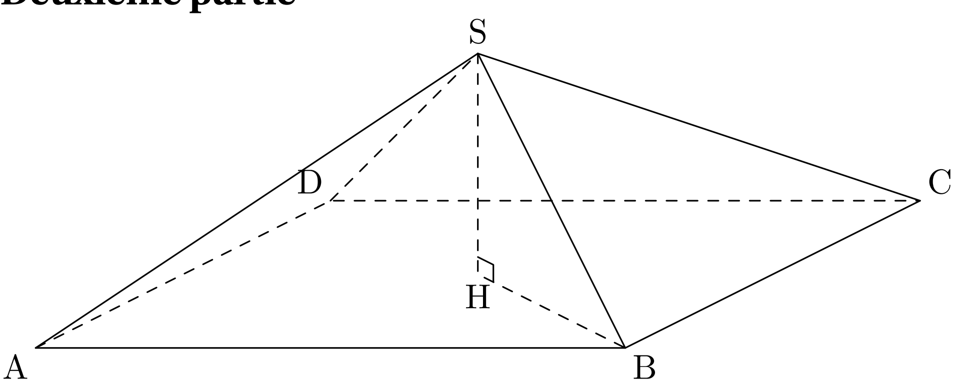
3/ Calculer l'aire, en cm^2, du triangle SBC.

4/ On note I' le point du segment $[SI]$ tel que $SI' = \frac{1}{4}SI$. Par I', on trace la parallèle à la droite (BC) ; elle coupe les droites (SB) et (SC) respectivement en B' et C'. Le triangle $SB'C'$ est donc une réduction du triangle SBC.

(a) Préciser le rapport de réduction des longueurs. (On donnera le résultat sans explication.)

(b) En déduire l'aire, en cm^2, du triangle $SB'C'$.

Deuxième partie



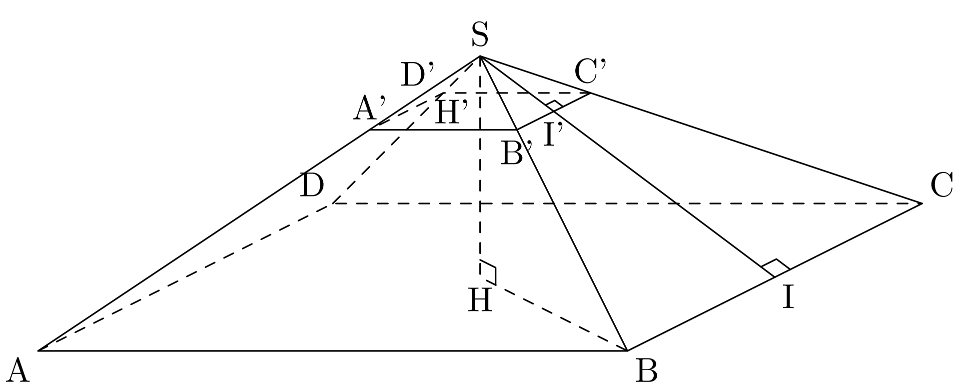
On considère une pyramide régulière $SABCD$ de sommet S et à base carrée telle que $AB = 6$ et $SB = 5$.
La hauteur de la pyramide est $[SH]$. On fera les deux figures demandées dans cette partie sur une même feuille de papier millimétré.

1/ Tracer, en vraie grandeur, la base $ABCD$ de la pyramide et placer précisément le point H sur le dessin.

2/ Tracer, en vraie grandeur (sans calculer HB mais en utilisant la figure précédente), le triangle SHB rectangle en H.

3/ Quelle est la nature du triangle SBC ? (On précisera les longueurs de ses côtés.)

4/



On note I le pied de la hauteur issue de S du triangle SBC et H' le point du segment $[SH]$ tel que $SH' = \frac{1}{4}SH$. On note A', B', C', D', I' les points d'intersection des droites (SA), (SB), (SC), (SD) et (SI) avec le plan passant par H' et parallèle au plan de la base $ABCD$ de la pyramide.

(a) Quelle est la nature du quadrilatère $A'B'C'D'$? (On précisera les longueurs de ses côtés.)

(b) Le triangle SBC est le triangle décrit dans la première partie et on a $SI' = \frac{1}{4}SI$.
Calculer, en utilisant les résultats de la première partie, l'aire, en cm^2, du trapèze $BB'C'C$.

(c) En déduire l'aire latérale, en cm^2, de la partie tronquée de la pyramide comprise entre les plans parallèles $ABCD$ et $A'B'C'D'$.