

Un paysagiste doit planter des arbres. Chaque arbre est placé dans un trou cylindrique. Il est ensuite maintenu au sol à l'aide de câbles, comme le montre le dessin ci-dessous.

Dans le problème, l'unité de longueur choisie est le **décimètre**.

Toutes les réponses seront justifiées.

Partie A

On donne les informations suivantes :

- les points A , B et C déterminent un triangle rectangle en A ;
- $AB = 18$; $AC = 9$;
- D est un point du segment $[AB]$, tel que $AD = \frac{2}{3}AB$;
- E est un point du segment $[AC]$;
- les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

1/ (a) Calculer la valeur exacte de AD .

(b) Prouver que $\frac{AE}{AC} = \frac{2}{3}$. En déduire la valeur exacte de AE .

2/ (a) Calculer la valeur exacte de BC . L'écrire sous la forme $a\sqrt{5}$, où a est un nombre entier.

(b) Prouver que $DE = 6\sqrt{5}$.

3/ Déduire des questions précédentes le périmètre du quadrilatère $DBCE$.

4/ Calculer la mesure, arrondie au degré, de l'angle \widehat{ADE} .

Partie B

Le rayon r du trou creusé dans le sol mesure 4 dm. La profondeur p du trou mesure 7 dm.

1/ Calculer le volume V_1 , exprimé en dm^3 , du trou creusé pour loger un arbre. Donner la réponse sous la forme $k \times \pi$, où k est un nombre entier.

2/ Le volume de la terre augmente de 25% lorsqu'on la déplace. Soit V_2 le volume, exprimé en dm^3 , qu'occupera la terre déplacée. Montrer que $V_2 = 140\pi$.

3/ Avec la terre déplacée, on forme un cône de volume V_2 et dont le rayon mesure 6 dm. Calculer la hauteur de ce cône. On donnera la valeur exacte, puis une valeur approchée au décimètre près.

