

Dans tout le problème, l'unité utilisée est le centimètre.

On considère un triangle  $ABC$  tel que :  $AB = 12$ ,  $AC = 9$  et  $BC = 15$ .

## Partie A

$E$  est le point du segment  $[AB]$  tel que  $AE = 9$  ; la parallèle à la droite  $(BC)$  passant par le point  $E$  coupe le côté  $[AC]$  en  $F$ .

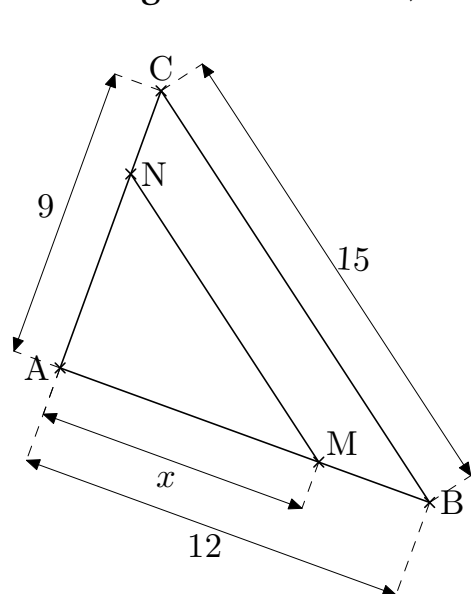
- 1/ Faire une figure.
- 2/ Calculer  $AF$ , puis  $FE$ .
- 3/ Montrer que  $AFE$  est un triangle rectangle en  $A$ .
- 4/ (a) Quelle est la nature du triangle  $ACE$ ? Préciser la position du centre du cercle circonscrit à ce triangle.  
(b) Montrer que la médiatrice du segment  $[CE]$  passe par  $A$ .
- 5/ Soit  $I$  le milieu du segment  $[BC]$ . On appelle  $D$  le symétrique de  $A$  par rapport à  $I$ .  
Quelle est la nature du quadrilatère  $ABDC$ ? Justifier la réponse.

## Partie B

$M$  est un point du segment  $[AB]$  ; on désigne par  $x$  la longueur  $AM$ .

La parallèle à la droite  $(BC)$  passant par le point  $M$  coupe le côté  $[AC]$  en  $N$ .

Sur la figure ci-dessous, les dimensions ne sont pas respectées.



- 1/ Montrer que  $AN = \frac{3}{4}x$ .
- 2/ Montrer que  $MN = \frac{8}{4}x$ .
- 3/ Exprimer  $MB$  en fonction de  $x$ .
- 4/ Exprimer  $NC$  en fonction de  $x$ .
- 5/  $P_1$  désigne le périmètre du triangle  $AMN$  et  $P_2$  désigne celui du trapèze  $MNCB$ .  
(a) Calculer  $P_1$  en fonction de  $x$ .  
(b) Montrer que  $P_2 = 36 - \frac{4}{2}x$ .
- 6/ Pour quelle valeur de  $x$  a-t-on  $P_1 = P_2$ ?