



RKL est un triangle rectangle en R , avec $RK = 6$ cm et $RL = 9$ cm.

M est un point quelconque du côté $[RK]$. On pose $RM = x$ (x en centimètres). P est le point du segment $[RL]$ tel que $RP = RM = x$.

On place alors le point N pour que $RMNP$ soit un carré.

1/ Dans cette question, $x = 2$. On obtient la figure ci-dessus ; on remarque que le point N se trouve à l'intérieur du triangle RKL .

(a) Calculer l'aire du triangle RKL .

(b) Calculer l'aire A_1 du carré $RMNP$.

Calculer l'aire B_1 du triangle KMN .

Calculer l'aire C_1 du triangle NPL .

Calculer $A_1 + B_1 + C_1$. Vérifier que l'aire du quadrilatère $RKNL$ est inférieure à l'aire du triangle RKL .

2/ Dans cette question, $x = 5$.

(a) Faire une figure précise.

(b) Où se trouve maintenant le point N par rapport au triangle RKL ?

(c) On appelle maintenant A_2 l'aire du carré $RMNP$, B_2 l'aire du triangle KMN et C_2 l'aire du triangle NPL .

Calculer ces trois aires et vérifier que l'aire de $RKNL$ est supérieure à celle du triangle RKL .

3/ On prend maintenant x quelconque.

(a) Calculer l'aire A_3 du carré $RMNP$ en fonction de x . Calculer l'aire B_3 du triangle KMN en fonction de x . Calculer l'aire C_3 du triangle NPL en fonction de x .

(b) Montrer que $A_3 + B_3 + C_3 = \frac{15x}{2}$.

(c) On cherche s'il existe une valeur de x pour laquelle le point N se trouve sur le segment $[KL]$. Pour cela, résoudre l'équation obtenue en écrivant : $A_3 + B_3 + C_3 = \text{aire du triangle } RKL$.

Conclure.

4/ (a) Dans un repère orthogonal $(O; I, J)$, représenter la fonction $x \mapsto \frac{15x}{2}$ pour x compris entre 0 et 6. On prendra :

– en abscisses : 5 cm pour 3 unités ;

– en ordonnées : 1 cm pour 3 unités.

(b) Résoudre graphiquement l'équation $\frac{15}{2}x = 27$.

Commenter.