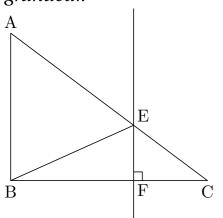
NICE - 2000

Dans ce problème, l'unité de longueur est le centimètre et l'unité d'aire le cm². La figure ci-dessous est donnée à titre d'exemple pour préciser la disposition des points. Ce n'est pas une figure en vraie grandeur.



ABC est un triangle tel que $AC=20~{\rm cm}$; $BC=16~{\rm cm}$; $AB=12~{\rm cm}$. F est un point du segment [BC]. La perpendiculaire à la droite (BC) passant par F coupe [CA] en E.

On a représenté sur la figure le segment [BE].

Partie A

- 1/ Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.
- 2/ Calculer l'aire du triangle ABC.
- 3/ Démontrer que, en s'aidant de la question 1., que la droite (EF) est parallèle à la droite (AB).

Partie B

On se place dans le cas où CF = 4 cm.

- 1/ Démontrer que EF = 3 cm.
- 2/ Calculer l'aire du triangle EBC.

Partie C

On se place dans le cas où F est un point quelconque du segment [BC], distinct de B et C. Dans cette partie, on pose CF = x (x étant un nombre tel que : 0 < x < 16).

- 1/ Montrer que la longueur EF, exprimée en cm, est égale à $\frac{3}{4}x$.
- 2/ Montrer que l'aire du triangle EBC, exprimée en cm^2 , est égale à 6x.
- 3/ Pour quelle valeur de x l'aire du triangle EBC, exprimée en cm² est-elle égale à 33 ?
- 4/ Exprimer en fonction de x l'aire du triangle EAB. Pour quelle valeur exacte de x l'aire du triangle EAB est-elle égale au double de l'aire du triangle EBC?