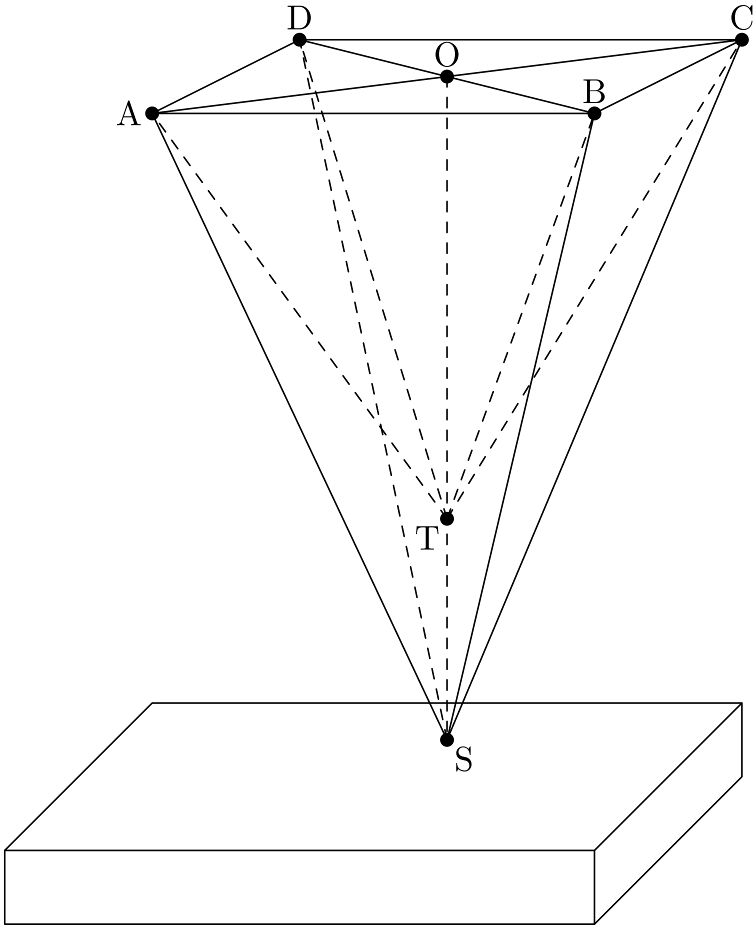
PARIS – 2000

Cette figure représente une fontaine en pierre ; il s'agit d'une pyramide régulière $SABCD$ dans laquelle on a creusé une pyramide $TABCD$ correspondant au bassin qui reçoit l'eau. $SABCD$ a pour base le carré $ABCD$ de centre O, de côté $AB = 6$ cm et pour hauteur $SO = 9$.

Les longueurs sont données en dm.



Partie A

Dans cette partie, $OT = 6$.

1/ (a) Calculer le volume du bassin $TABCD$.

(b) Donner sa capacité en litres.

2/ Démontrer que le volume de pierre de la fontaine est 36 dm^3.

Partie B

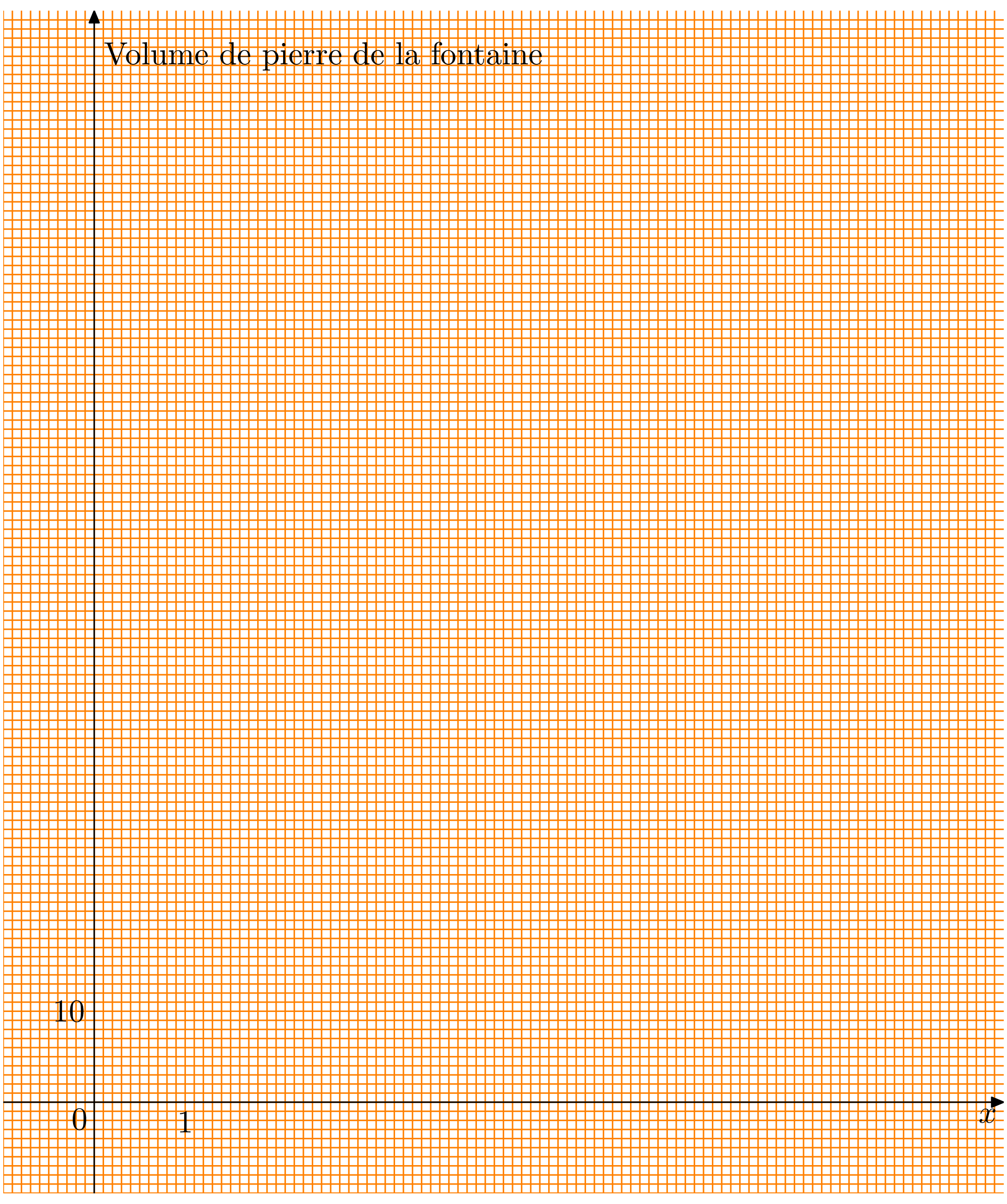
On s'intéresse ici au cas où les faces latérales de $TABCD$ sont des triangles équilatéraux.

1/ Donner la valeur de AT.

2/ Dans le triangle ABC, calculer AC. On donnera la réponse sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers et b le plus petit possible.

3/ En utilisant la réciproque du théorème de Pythagore, démontrer que le triangle ACT est rectangle.

Partie C



Dans cette partie, $OT = x$.

1/ Quelles sont les valeurs de x possibles ?

2/ Exprimer le volume de pierre de la fontaine en fonction de x.

3/ Représenter la fonction $f : x \longmapsto 108 - 12x$ sur la feuille de papier millimétré.

4/ Retrouver, à l'aide de tracés en pointillés sur le graphique, le résultat de la partie A.2.

5/ (a) Par lecture graphique, donner une valeur approchée de x pour que le volume de pierre de la fontaine soit 80 dm^3.

(b) Trouver la valeur exacte de x en résolvant l'équation $108 - 12x = 80$.