Dans tout le problème, les longueurs sont exprimées en cm et les volumes en cm^3.

On rappelle que le volume du cylindre de révolution d'aire de base S et de hauteur h est donné par la formule $V = S \times h$.

On rappelle que le volume d'un cône de révolution d'aire de base S et de hauteur h est donné par la formule $V = \frac{1}{3} S \times h$.

Partie I

On considère les deux verres représentés ci-dessus.

– le premier verre est un cylindre de révolution dont l'aire de base est 30 et dont la hauteur mesure $2x$, où x est un nombre positif, $x \leqslant 4$.

– Le deuxième verre est constitué d'un cône dont l'aire de base est 30 et dont la hauteur mesure x, surmonté d'un cylindre dont l'aire de base est 30 et dont la hauteur vaut 2.

Soient V_1 le volume du premier verre et V_2 le volume du deuxième verre.

1/ Exprimer ces volumes en fonction de x.

2/ (a) V_1 est-il proportionnel à x ? Justifier.

(b) V_2 est-il proportionnel à x ? Justifier.

Partie II

Cette partie peut être traitée même sans avoir résolu la partie I.

1/ (a) Tracer dans un repère orthogonal (O, I, J) en prenant :

– 2 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses ;

– 1 cm pour 10 unités sur l'axe des ordonnées.

On placera l'origine O du repère en bas à gauche de la feuille.

(b) Dans ce repère, construire les représentations graphiques des fonctions f_1 et f_2 définies par :

$$f_1(x) = 60x \text{ et } f_2(x) = 10x + 60$$

2/ Résoudre l'équation suivante :

$$60x = 10x + 60$$

3/ Retrouver sur le graphique la solution de cette équation, en faisant apparaître en couleur les tracés effectués.

Partie III

En utilisant les résultats obtenus dans la partie I et la partie II, déterminer pour quelles valeurs de x le deuxième verre a une contenance inférieure à celle du premier.