



Les deux parties peuvent être traitées séparément.

$ABCDEFGH$  est un parallélépipède rectangle tel que  $AB = 4$  cm,  $BC = 3$  cm et  $AE = 6$  cm.

Un point quelconque  $S$  de l'arête  $[AE]$  permet de définir :

- une pyramide  $SABCD$  de hauteur  $[SA]$ , de base le rectangle  $ABCD$ ;
- une pyramide  $SEFH$  de hauteur  $[SE]$ , de base le triangle rectangle  $EFH$ .

On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur.}$$

## Partie I

Dans cette partie, on pose  $SA = x$  cm ( $0 \leq x \leq 6$ ).

- 1/ (a) Calculer l'aire du rectangle  $ABCD$ .  
(b) Exprimer en fonction de  $x$  le volume  $V_1$  de la pyramide  $SABCD$ .
- 2/ (a) Calculer l'aire du triangle  $EFH$ .  
(b) Exprimer la longueur  $SE$  en fonction de  $x$ .  
(c) Montrer que le volume  $V_2$  de la pyramide  $SEFH$  est  $(-2x + 12)$  cm<sup>3</sup>.
- 3/ Déterminer la valeur de  $x$  pour laquelle  $V_1 = V_2$ . Quelle est alors la valeur commune des volumes des pyramides  $SABCD$  et  $SEFH$ ?
- 4/ Soit un repère orthogonal où 1 cm sur l'axe des abscisses représente 1 cm et 1 cm sur l'axe des ordonnées représente 2 cm<sup>3</sup>.  
(a) Représenter graphiquement dans ce repère, et pour  $0 \leq x \leq 6$ , les fonctions définies par :  
 $V_1(x) = 4x$  et  $V_2(x) = -2x + 12$ .  
(b) Mettre en évidence sur le graphique le résultat de la question 3.

## Partie II

Dans cette partie,  $x = 6$  cm, donc le point  $S$  est confondu avec le point  $E$ .

On considère à présent la pyramide  $EABCD$  de hauteur  $[EA]$ , de base le rectangle  $ABCD$ .

- 1/ Cette pyramide est coupée par un plan parallèle à son plan de base. La section plane obtenue est  $A'B'C'D'$ .  
On rappelle que la pyramide  $EA'B'C'D'$  est une réduction de la pyramide  $EABCD$ .  
On donne  $EA' = 2,4$  cm.  
(a) Montrer que le coefficient de la réduction est égal à  $\frac{2}{5}$ .  
(b) En déduire le volume  $V'$  de la pyramide réduite  $EA'B'C'D'$ .  
(c) Calculer alors le volume  $V''$  du tronc de pyramide restant.
- 2/ (a) Quelle fraction du volume total  $V$  le volume  $V''$  du tronc de pyramide représente-t-il?  
(b) Exprimer cette fraction en pourcentage.