

Figure 1

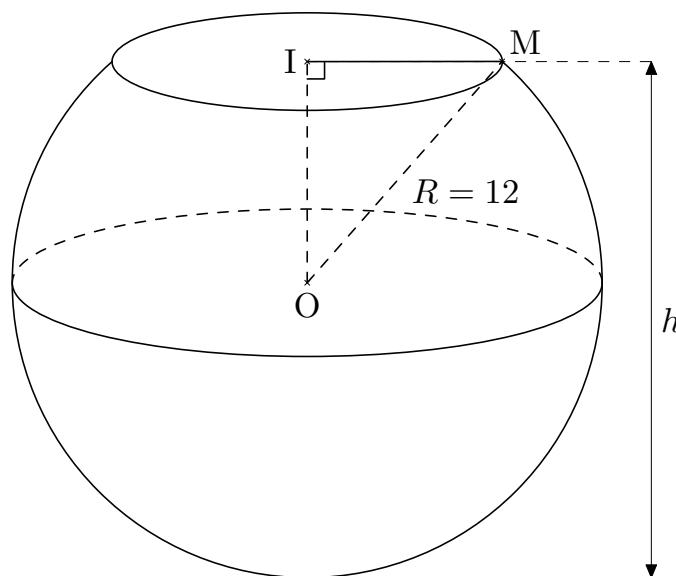


Figure 2

La figure 1 représente une boîte en forme de parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ de mesures $AB = 28$ cm, $BC = 14$ cm et $AE = 20$ cm.

Les diagonales de la face $ABCD$ se coupent en un point O , les diagonales de la face $EFGH$ se coupent en O' .

À l'intérieur de cette boîte est posée une pyramide de sommet O et de base $EFGH$. Notons K le point de $[OE]$ tel que $OK = 17$ cm.

On coupe cette pyramide par un plan parallèle à la face $EFGH$ et passant par le point K ; on désigne par $KRST$ le rectangle section de la pyramide par ce plan, où R (respectivement S et T) est le point d'intersection de ce plan avec l'arête $[OH]$ de la pyramide (respectivement $[OG]$ et $[OF]$). La droite (KR) (respectivement les droites (RS) , (ST) , (TK)) est parallèle à la droite (EH) , (respectivement aux droites (HG) , (GF) , (FE)). Le triangle $OO'E$ est rectangle en O' .

1/ Calculer la valeur exacte de $O'E$. Donner une valeur approchée de $O'E$ au dixième près.

2/ Calculer la valeur exacte de OE . Donner une valeur approchée de $O'E$ au dixième près.

3/ Calculer KR et KT . On donnera les résultats arrondis au dixième près.

4/ On remplit de sable la partie de la boîte non occupée par la pyramide.

Calculer le volume de sable utilisé. Donner le résultat du calcul arrondi à l'unité près. On rappelle que le volume d'une pyramide est égal au tiers de la surface de la base par la hauteur.

5/ On veut reverser ce sable dans un aquarium représenté figure 2, qui a la forme d'une calotte sphérique de centre O , de rayon $R = 12$ cm, de hauteur h égale à 21 cm, dont l'ouverture est un cercle de centre I et de rayon IM .

(a) Calculer la valeur exacte du rayon IM .

(b) Calculer le volume de l'aquarium, sachant que le volume d'une calotte sphérique est donné par la formule : $V = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h)$ où R est le rayon de la sphère et h la hauteur de la calotte sphérique.

On donnera le résultat de V arrondi à l'unité près.

L'aquarium est-il assez grand pour contenir tout le sable qu'on a utilisé à la question 5. ?