MADAGASCAR – 2003

Dans ce problème, l'unité de longueur est le centimètre et l'unité d'aire est le cm^2. On pourra utiliser une feuille de papier millimétré.

1/ (O, I, J) est un repère orthonormé, avec $OI = OJ = 1$ cm.

(a) Placer les points suivants :

$$A(-2;-1) \qquad B(-5;3) \qquad C(3;9)$$

(b) Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ puis vérifier par un calcul que $AB = 5$ et $BC = 10$.

2/ Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$ et en déduire la longueur AC (on l'écrira sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un entier).

3/ Démontrer que ABC est un triangle rectangle en B.

4/ Calculer les coordonnées du milieu K du segment $[AC]$.

5/ (a) Placer le point D symétrique de B par rapport au point K.

(b) Démontrer que $ABCD$ est un rectangle.

(c) Calculer son aire, puis celle du triangle ABC.

6/ La droite perpendiculaire à (AC) passant par B coupe (AC) en H et (AD) en L.
Utiliser l'aire du triangle ABC pour vérifier que $BH = 2\sqrt{5}$.

7/ On donne la valeur de AH : $AH = \sqrt{5}$.

(a) Calculer HC (l'écrire sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un entier).

(b) Utiliser le théorème de Thalès pour calculer AL.