

————— Construction —————

- 1/ Soit  $ABC$  un triangle supposé non équilatéral.
- 2/ Soit  $O$  le centre du cercle ( $\mathcal{C}$ ) circonscrit au triangle  $ABC$ .
- 3/ Soit  $F$  le point diamétralement opposé à  $A$ .
- 4/ Soit  $K$  le point d'intersection de la hauteur issue de  $A$  avec le cercle ( $\mathcal{C}$ )
- 5/ Soit  $M$  le milieu du segment  $[BC]$ .
- 6/ Soit  $H$  le point d'intersection des droites  $(FM)$  et  $(AK)$ .
- 7/ Soit  $G$  le point d'intersection des droites  $(OH)$  et  $(AM)$ .

————— Démonstration —————

- 1/ Montre que les triangles  $AFK$  et  $AFC$  sont rectangles.
- 2/ (a) Montre que la droite  $(OM)$  est la médiatrice du segment  $[BC]$ .  
(b) Montre que les droites  $(OM)$  et  $(AK)$  sont parallèles.
- 3/ (a) Montre que  $M$  est le milieu du segment  $[HF]$ .  
(b) Montre que le quadrilatère  $BHCF$  est un parallélogramme.
- 4/ (a) Montre que les droites  $(BH)$  et  $(AC)$  sont perpendiculaires.  
(b) Montre que  $H$  est l'orthocentre du triangle  $ABC$ .
- 5/ (a) Montre que  $G$  est le centre de gravité du triangle  $AHF$ .  
(b) Quelle est la position remarquable de  $G$  sur le segment  $[OH]$ ?  
(c) Montre que  $G$  est aussi le centre de gravité du triangle  $ABC$ .

---

Exercice d'approfondissement. La difficulté réside dans la longueur de la démonstration et dans les synthèses à faire.

---