

Dans cet exercice, l'unité de longueur est le centimètre.

Soit une pyramide régulière :

- dont la base est un rectangle $ABCD$ de centre O tel que $AB = 6$ et $BC = 4$,
- dont la hauteur $[OS]$ est perpendiculaire en O au plan (ABC) et est telle que $OS = 12$.

Un point M décrit le segment $[OS]$ et on pose $OM = x$.

1/ Donne un encadrement de x .

2/ Calcule le volume \mathcal{V} de la pyramide \mathcal{P} de sommet S et de base $ABCD$.

3/ Exprime, en fonction de x , le volume \mathcal{V}_1 de la pyramide \mathcal{P}_1 de sommet M et de base $ABCD$.

4/ Exprime, en fonction de x , le volume \mathcal{V}_2 de la partie \mathcal{P}_2 de la pyramide \mathcal{P} extérieure à la pyramide \mathcal{P}_1 .

5/ Le plan est rapporté à un repère orthogonal (O, I, J) . On choisit pour unités : 1 centimètre sur l'axe des abscisses ; 1 millimètre sur l'axe des ordonnées.

(a) Trace dans ce repère, la représentation graphique de la fonction affine f définie par

$$f : x \mapsto 96 - 8x$$

Limite cette droite au segment $[KH]$ qui correspond à $0 \leq x \leq 12$.

(b) À l'aide du graphique précédent, répondre aux questions suivantes (on laissera apparents les pointillés permettant les réponses) :

- Combien vaut le volume \mathcal{V}_2 lorsque x est égal à 7 centimètres ?
- Où se situe le point M si le volume \mathcal{V}_2 est égal à 32 centimètres cubes ?
- Détermine un encadrement pour x sachant que le volume \mathcal{V}_2 est compris entre 55 et 67 centimètres cubes.

La précision est-elle satisfaisante ? Sinon, détermine cet encadrement par des calculs appropriés (on donnera les résultats sous forme exacte).