

Dans ce problème, l'unité de longueur est le millimètre.

ABC est un triangle tel que $AB = 42$, $AC = 56$, $BC = 70$. M est un point du segment $[BC]$.

La perpendiculaire à la droite (AB) passant par M coupe le segment $[AB]$ en H .

La perpendiculaire à la droite (AC) passant par M coupe le segment $[AC]$ en K .

- 1/ Démontre que ABC est un triangle rectangle en A .
- 2/ Démontre que le quadrilatère $AHMK$ est un rectangle.

Partie A Dans cette partie, $BM = 14$.

- 1/ Calcule les longueurs BH et HM .
- 2/ En déduire la longueur AH .
- 3/ Calcule le périmètre du rectangle $AHMK$.

Partie B Dans cette partie, on pose $BM = x$ (x en mm).

- 1/ Donne un encadrement de x .
- 2/
 - (a) Démontre que $HM = 0,8x$.
 - (b) Exprime la longueur BH en fonction de x .
 - (c) Déduis-en que $AH = 42 - 0,6x$.
- 3/
 - (a) Calcule la valeur de x pour laquelle $HM = AH$.
 - (b) Pour la valeur obtenue, précise la nature du quadrilatère $AHMK$ et calcule son périmètre.