

Le but de cet exercice est de calculer la valeur exacte de $\sin 15^\circ$

Dans la figure ci-dessous qui n'est pas représentée en vraie grandeur, ABC est un triangle équilatéral de côté 2 cm pour lequel $[AH]$ est une médiane, BCD est un triangle rectangle isocèle en D , et K est le pied de la hauteur issue de D dans le triangle ABD .

On admet que le point D appartient au segment $[AH]$.

1/ (a) Calcule les valeurs exactes des longueurs BD , DH , AH et AD .

(b) Déduis-en la valeur exacte de l'aire du triangle ABD .

2/ Dans cette question, on *n'utilisera pas* les résultats de la question 1.

(a) En justifiant ta réponse, donne la mesure de l'angle \widehat{ABD} .

(b) Démontre que $KD = \sqrt{2} \times \sin 15^\circ$.

(c) Déduis de la question précédente, l'expression de l'aire du triangle ABD en fonction de $\sin 15^\circ$.

3/ Démontre que $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

