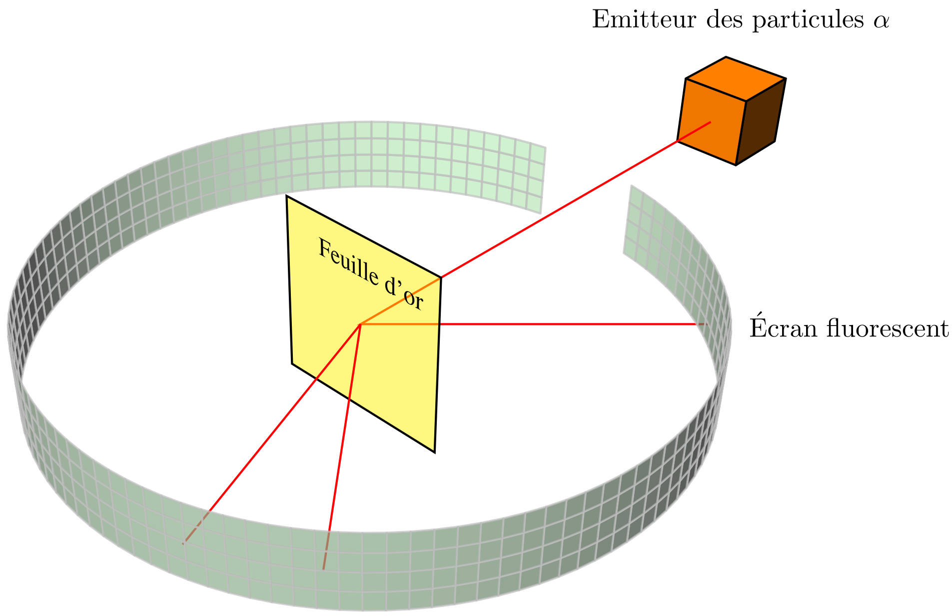
1 La découverte de la diffusion des particules α par le noyau

1.1 L'expériment d'Ernest Rutherford en 1909

Rutherford bombarde des particules α (noyau d'hélium : 2 neutrons et 2 protons) au travers d'une feuille d'or.



2 Le potentiel coulombien – donnant des trajectoires hyperboles

Prenons un repère cartésien. La masse m_0 d'un particule α a les coordonnés (x/y) et la vitesse $v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$. Le particule d'or est mis dans l'origine $O(0/0)$. Soit $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ la distance entre l'origine et la masse m_0.

Pour l'enérgie cinétique on reçoit :

$$T(\dot{x}, \dot{y}) = \frac{1}{2} m_0 v^2 = \frac{1}{2} m_0 (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)$$

Le potentiel coulombien, ce qui est conservatif :

$$U(x, y) = \frac{Z_1 Z_2 e_0^2}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{k}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad \text{dont} \quad k = \frac{Z_1 Z_2 e_0^2}{4\pi\epsilon_0}$$

Le Lagrangien est :

$$L(x, y, \dot{x}, \dot{y}) = T - U = \frac{1}{2} m_0 (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \frac{k}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Pour x, $\dot{x}$:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = k \frac{x}{\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)^3}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m_0 \dot{x}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m_0 \ddot{x}$$

Alors

$$m_0 \ddot{x} - k \frac{x}{\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)^3} = 0$$

Division par m_0

$$\boxed{\ddot{x} = \frac{k}{m_0} \frac{x}{\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)^3}}$$

Le Lagrangien est symétrique en x et y, alors :

$$\boxed{\ddot{y} = \frac{k}{m_0} \frac{y}{\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)^3}}$$

3 Les trajectoires des particules α

L'expériment original donne les paramètres suivants :

$$
\begin{aligned}
m_0 &= 6,64 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \\
e_0 &= 1,6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \\
\varepsilon_0 &= 8,85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{kg\,m^3}} \\
Z_1 &= 2 \\
Z_2 &= 79 \\
v_{0x} &= 2,1 \cdot 10^{7}\,\mathrm{m\,s^{-1}}
\end{aligned}
$$