

Transformation de Joukowski

20 septembre 2011

Les documents sur la transformation de Joukowski sont très nombreux. En voici deux sur lesquels je me suis beaucoup appuyé :

Le cours des Arts&Métiers :

http://192.93.173.165/activites/cours/cours_en_ligne/cours_rey_2_TOMEII.pdf

Le cours de l'université de Gênes : <http://www.diam.unige.it/~irro/>

qui contient l'applet :

http://www.diam.unige.it/~irro/java/conformi1_1.html

$$z_2 = z_1 + \frac{b^2}{z_1}$$

Les points sur le cercle de rayon R et de centre (x_C, y_C) .

$$z_1 = x_C + R \cos \theta + i(y_C + R \sin \theta)$$

En remplaçant dans la première équation et en identifiant :

$$z_2 = x_C + R \cos \theta + i(y_C + R \sin \theta) + b^2 \frac{x_C + R \cos \theta - i(y_C + R \sin \theta)}{(x_C + R \cos \theta)^2 + (y_C + R \sin \theta)^2}$$

En notant :

$$\begin{cases} x_1 = x_C + R \cos \theta \\ y_1 = y_C + R \sin \theta \end{cases}$$
$$z_2 = x_1 + iy_1 + b^2 \frac{x_1 - iy_1}{R_1^2}$$

On en déduit :

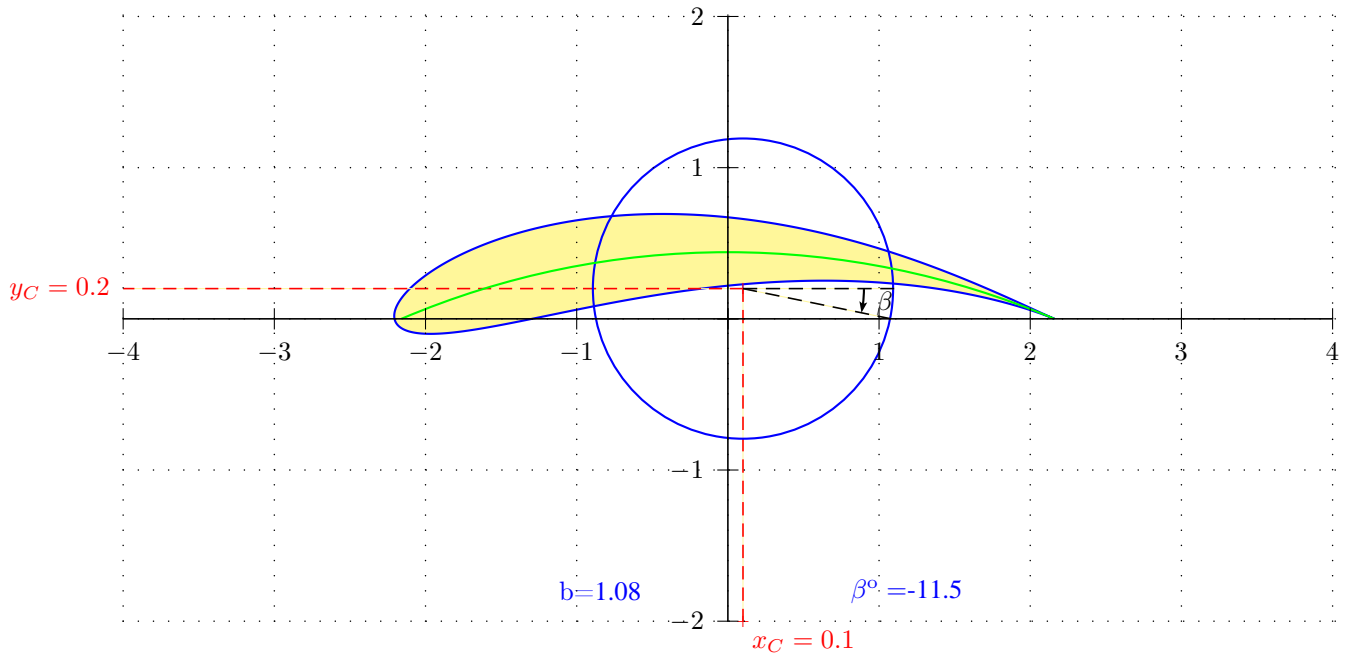
$$\begin{cases} x_2 = x_1 + \frac{b^2 x_1}{R_1^2} \\ y_2 = y_1 - \frac{b^2 y_1}{R_1^2} \end{cases}$$

On pose $\beta = \arcsin\left(\frac{-y_C}{R}\right)$. b est l'abscisse du point d'intersection du cercle avec Ox (abscisse de l'un des points d'arrêt, lors de l'écoulement d'un fluide autour du cylindre).

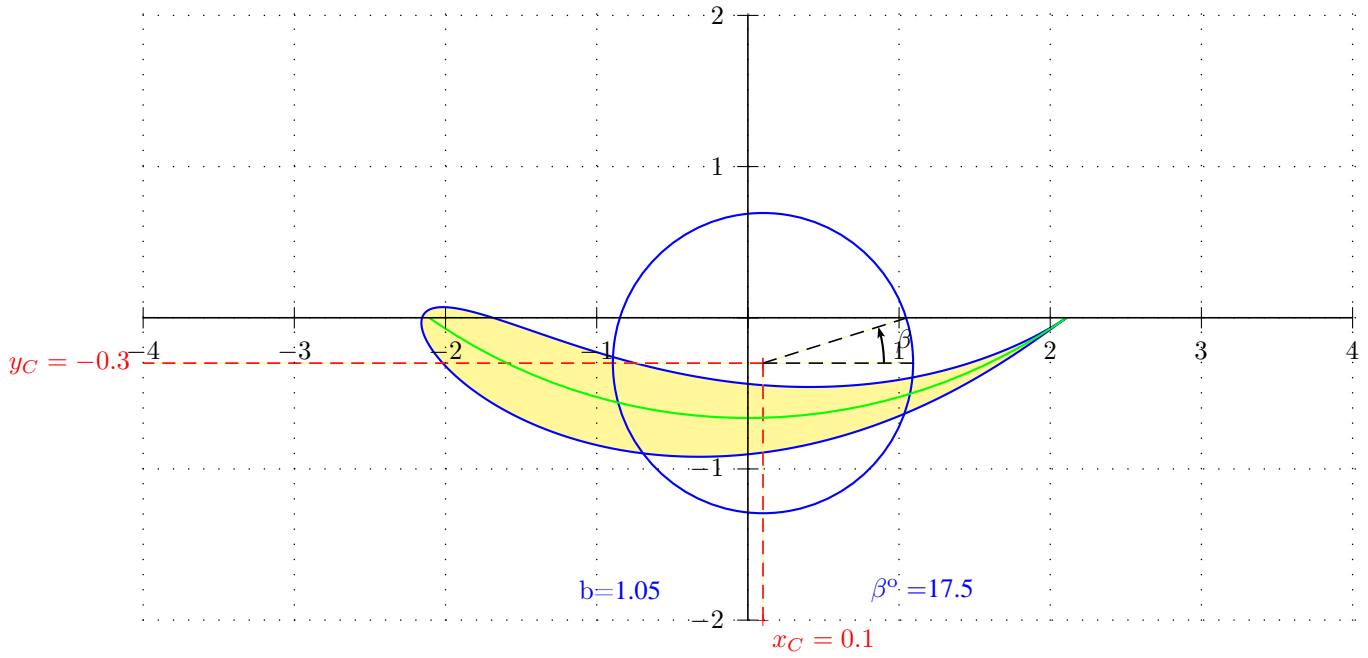
$$\begin{cases} x_C = b - R \cos \beta \\ y_C = -R \sin \beta \end{cases}$$

La macro `PStricks` s'écrit : `\psTransformJoukowski[radius=1,xc=0.1,yc=0.2]`. Ce sont les valeurs par défaut.

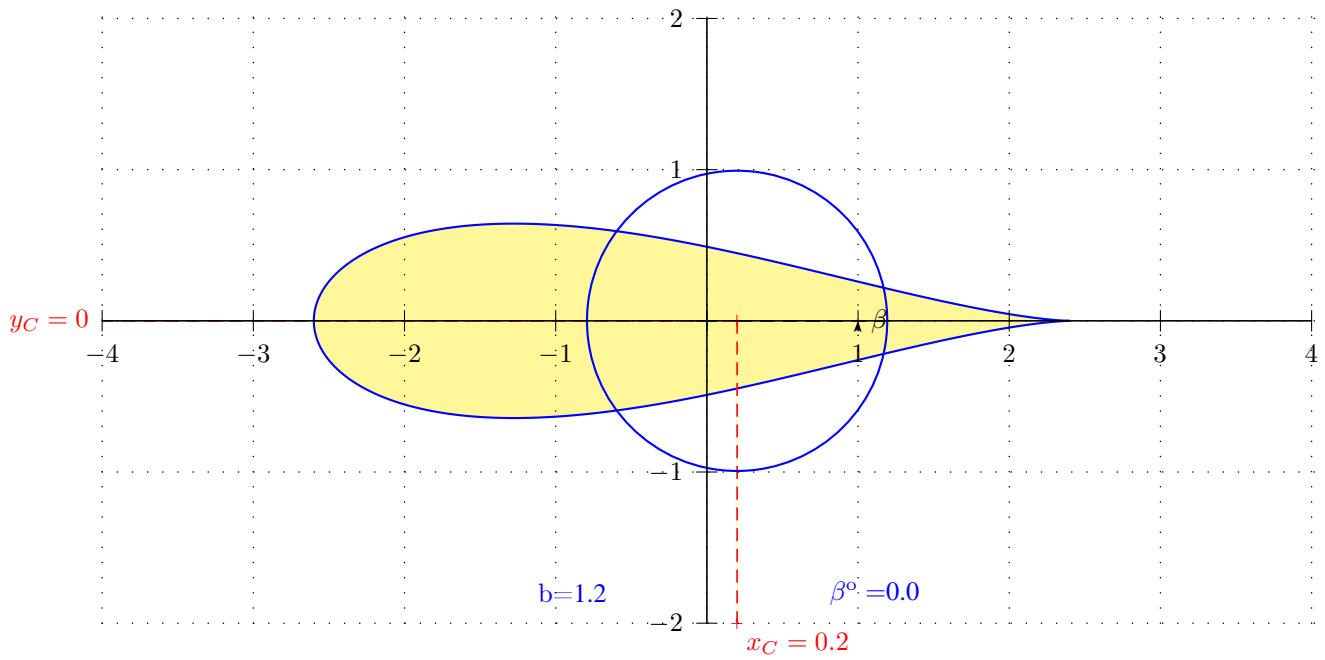
L'arc de cercle en vert, au milieu du profil, est la ligne de cambrure du profil.



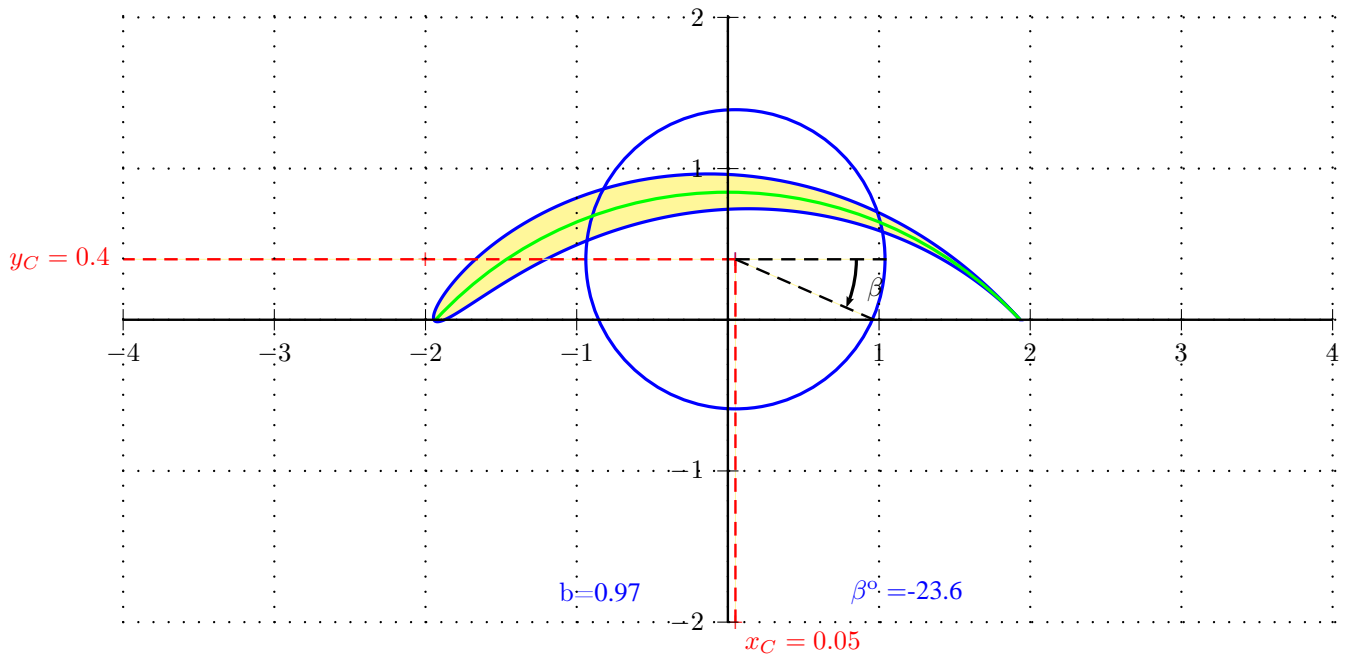
`\psTransformJoukowski [style=bleujaune]`



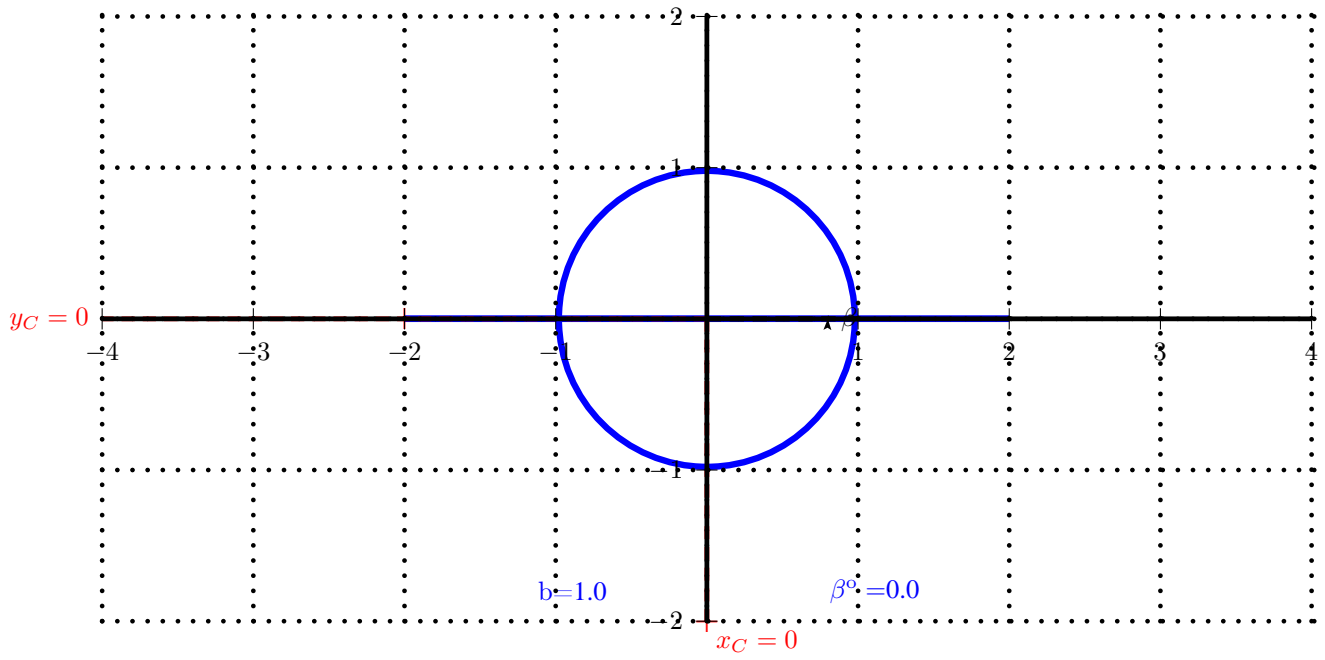
`\psTransformJoukowski [style=bleujaune,xc=0.1,yc=-0.3]`



`\psTransformJoukowski [style=bleujaune,xc=0.2,yc=0]`



`\psTransformJoukowski [style=bleujaune,xc=0.05,yc=0.4]`



`\psTransformJoukowski [style=bleujaune,xc=0,yc=0]`