



Maxima 5.27.0 <http://maxima.sourceforge.net>
 using Lisp GNU Common Lisp (GCL) GCL 2.6.7 (a.k.a. GCL)
 Distributed under the GNU Public License. See the file COPYING.
 Dedicated to the memory of William Schelter.

Les figures de ce document sont construites avec qdraw développé par EDWIN WOOLLETT. Son site :

<http://www.csulb.edu/~woollett/>

est riche d'exemples pour s'initier à l'usage de *Maxima*.

Séries de Fourier avec *pmaxima*

Pour les calculs à venir, nous allons considérer un entier n positif.

▷ `(declare(n, integer), assume(n>=0))$`

Exemple 1

Considérons la fonction f , 2π -périodique, telle que $f(x) = x$ pour $x \in]-\pi, \pi[$. Les coefficients de Fourier a_n sont nuls, seuls les b_n sont à calculer.

▷ `b(n):=integrate(x*sin(n*x), x, -%pi, %pi) / %pi;`

▷ `b(n);`

$$3: \quad -\frac{2(-1)^n}{n}$$

Donc :

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x \sin(nx) dx = -\frac{2(-1)^n}{n}.$$

Voici les sommes partielles de Fourier :

▷ `(sf(n) := sum(b(m)*sin(m*x), m, 1, n), sf(n));`

$$4: \quad -2 \sum_{m=1}^n \frac{(-1)^m \sin(mx)}{m}$$

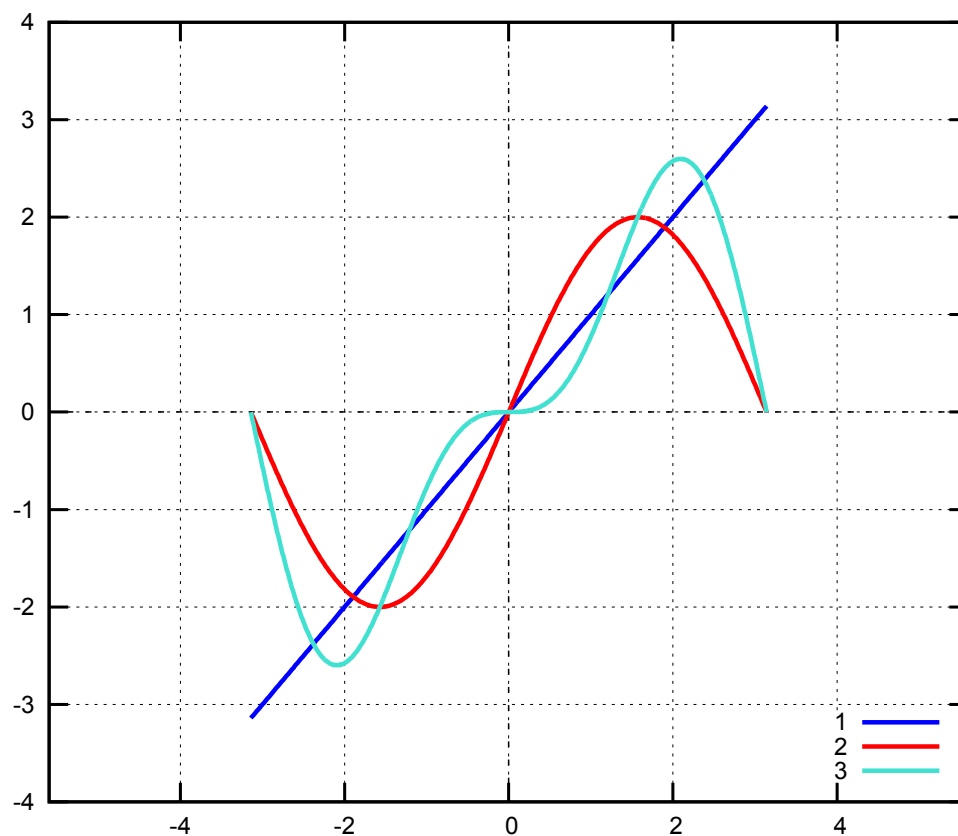
En particulier :

▷ `sf(4);`

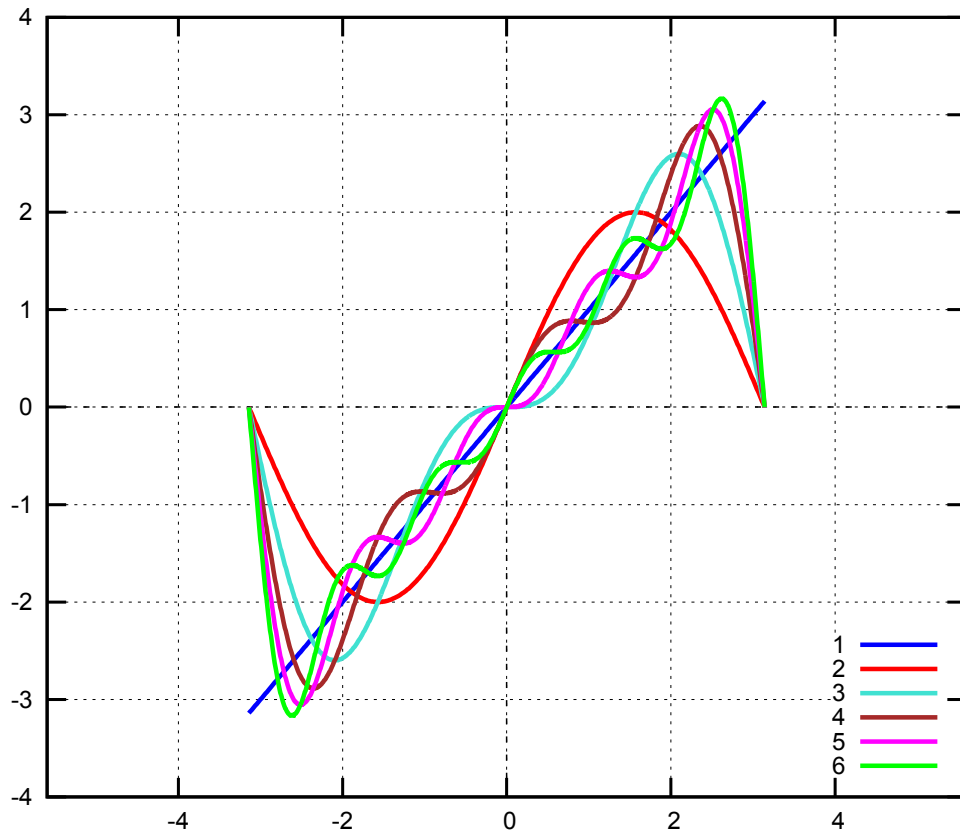
$$5: \quad -\frac{\sin(4x)}{2} + \frac{2 \sin(3x)}{3} - \sin(2x) + 2 \sin x$$

Et des représentations pour éclairer tout cela....

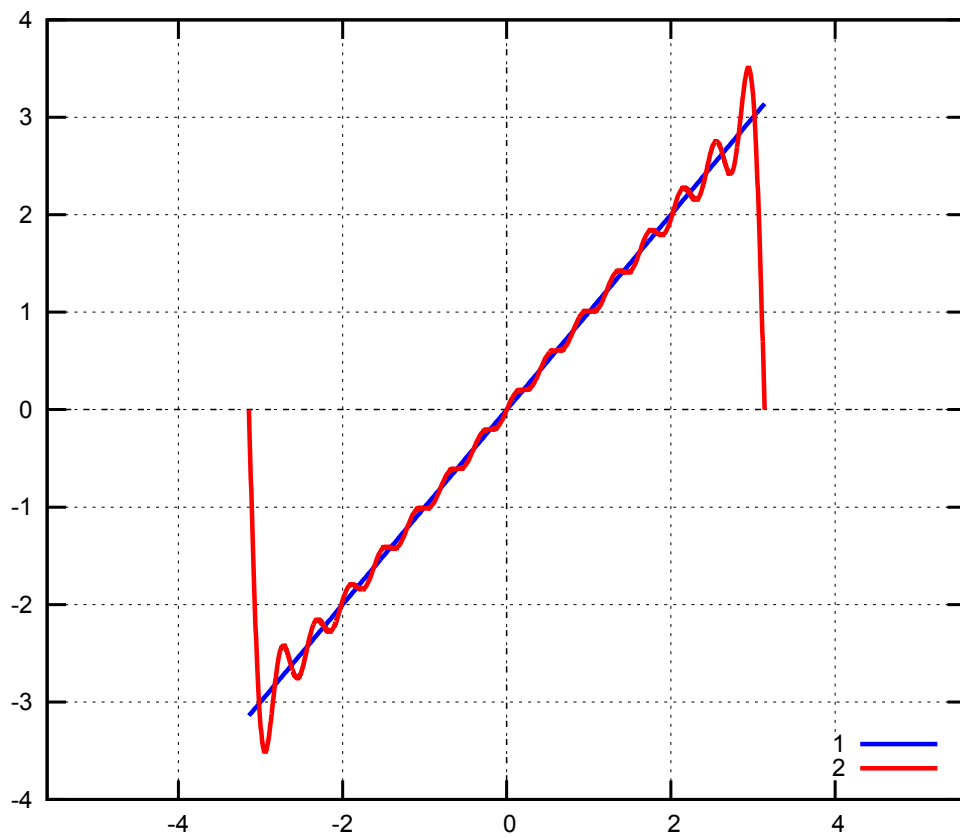
```
▷ qdraw(xr(-5.6,5.6), yr(-4,4), ex([x,sf(1),sf(2)], x, -%pi, %pi), key(bottom))$
```



```
▷ qdraw(xr(-5.6,5.6), yr(-4,4), ex([x,sf(1),sf(2),sf(3),sf(4),sf(5)], x, -%pi, %pi), key(bottom))$
```



▷ `qdraw(xr(-5.6,5.6), yr(-4,4), ex([x, sf(15)]), x, -%pi, %pi), key(bottom))$`



Exemple 2

Soit $f(x) = |x|$ pour $x \in]-\pi, \pi[$.

▷ `(a(n) := 2*integrate(x*cos(n*x), x, 0, %pi) / %pi, a(n));`

10:
$$\frac{2 \left(\frac{(-1)^n}{n^2} - \frac{1}{n^2} \right)}{\pi}$$

▷ `factor(a(2*n));`

11:
$$0$$

▷ `factor(a(2*n+1));`

12:
$$-\frac{4}{\pi (2n+1)^2}$$

▷ `sf(n) := a(0)/2 + sum(a(m)*cos(m*x), m, 1, n);`

▷ `sf(5);`

14:
$$-\frac{4 \cos(5x)}{25\pi} - \frac{4 \cos(3x)}{9\pi} - \frac{4 \cos x}{\pi} + \frac{\pi}{2}$$

▷ `qdraw(xr(-5.6,5.6), yr(-1,4), ex([abs(x), sf(5)], x, -%pi, %pi), key(bottom))$`

