

Correction du devoir sur le théorème de Pythagore et sa réciproque

..... La calculatrice est autorisée

Barem sur 0,5 points ou 0,25 points

Exercice 1 (sur 3 points) CALCUL DE LONGUEUR

Dans le triangle ABC rectangle en A on a : $AB = 6\text{ cm}$ et $AC = 8\text{ cm}$.
Calculer la longueur du coté [BC].

Le triangle ABC est rectangle en A donc l'hypoténuse est le coté [BC].

Le théorème de PYTHAGORE donne : $BC^2 = AB^2 + AC^2$
 $BC^2 = 6^2 + 8^2$
 $BC^2 = 36 + 64 = 100$
donc $BC = \sqrt{100} = 10\text{ cm}$

Exercice 2 (sur 3 points) CALCUL DE LONGUEUR BIS

Dans le triangle IJK rectangle en I on a : $IJ = 12\text{ cm}$ et $JK = 13\text{ cm}$.
Calculer la longueur du coté [IK].

Le triangle IJK est rectangle en I donc l'hypoténuse est le coté [JK].

Le théorème de PYTHAGORE donne : $JK^2 = IJ^2 + IK^2$
 $13^2 = 12^2 + IK^2$
 $169 = 144 + IK^2$
soit $IK^2 = 169 - 144 = 25$
donc $IK = \sqrt{25} = 5\text{ cm}$

Exercice 3 (sur 3 points) TRIANGLE RECTANGLE ?

Dans le triangle RAS on a : $AR = 6\text{ cm}$, $RS = 3,2\text{ cm}$ et $AS = 6,8\text{ cm}$.
Démontrer que le triangle RAS est rectangle. On précisera en quel point.

[AS] est le plus grand coté du triangle RAS ; $AS^2 = 6,8^2 = 46,24$.

$$RS^2 + AR^2 = 3,2^2 + 6^2 = 10,24 + 36 = 46,24.$$

On constate qu'on a l'égalité : $AS^2 = RS^2 + AR^2$.

Donc d'après la réciproque du théorème de PYTHAGORE, le triangle RAS est rectangle en R.

Exercice 4 (sur 2,5 points) TRIANGLE RECTANGLE ? BIS

Dans le triangle RST on a : $TR = 6\text{ cm}$, $RS = 2,5\text{ cm}$ et $TS = 5,5\text{ cm}$.
Démontrer que le triangle RST n'est pas rectangle

[TR] est le plus grand coté du triangle RST ; $TR^2 = 6^2 = 36$.

$$RS^2 + TS^2 = 2,5^2 + 5,5^2 = 6,25 + 30,25 = 36,5.$$

On constate qu'on a l'inégalité : $TR^2 \neq RS^2 + TS^2$.

Donc le triangle RST n'est pas rectangle.

Exercice 5 (sur 3,5 points) DANS LA VIE COURANTE

On a schématiser sur la figure 1 ci-contre un tronc d'arbre cylindrique de longueur 3 m et de diamètre 40 cm.

Peut-on à partir de ce tronc obtenir une poutre de 3 m de longueur, à section carrée de 29 cm de côté comme représenté sur la figure 2. **Justifier la réponse.**

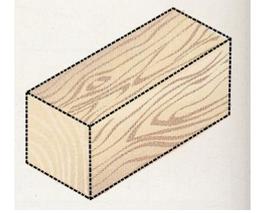
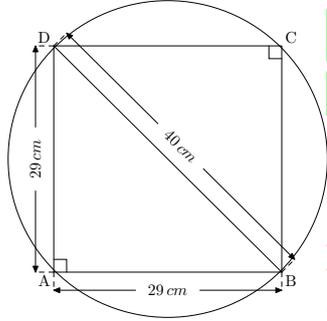


FIG. 1 –

FIG. 2 –

(on pensera à faire apparaître sur un même schéma, les sections de la poutre et de la bûche)



Dans le triangle ABD, rectangle en A, l'hypoténuse est le côté [BD].

Le théorème de PYTHAGORE donne : $BD^2 = AB^2 + AD^2$

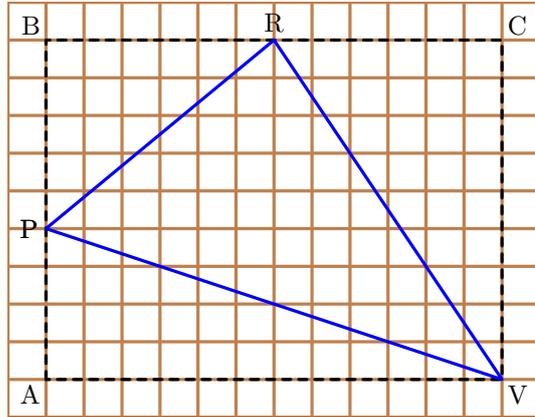
$$BD^2 = 29^2 + 29^2 \text{ donc } BD^2 = 841 + 841 = 1682$$

$$\text{donc } BD = \sqrt{1682} \approx 41 \text{ cm}$$

La longueur de la diagonale du carré est supérieur au diamètre du cercle donc on ne peut pas réaliser la poutre à partir de la bûche.

Exercice 6 (sur 5 points) RECTANGLE OU PAS ?

Le triangle PRV est-il rectangle ? On calculera PV^2 , PR^2 et RV^2 pour pouvoir conclure.



Dans le triangle APV, rectangle en A, l'hypoténuse est le côté [PV].

Le théorème de PYTHAGORE donne :

$$PV^2 = AP^2 + AV^2$$

$$PV^2 = 4^2 + 12^2$$

$$PV^2 = 16 + 144$$

$$\text{soit } PV^2 = 160$$

Dans le triangle BPR, rectangle en B, l'hypoténuse est le côté [PR].

Le théorème de PYTHAGORE donne :

$$PR^2 = BR^2 + BP^2$$

$$PR^2 = 6^2 + 5^2$$

$$PR^2 = 36 + 25$$

$$\text{soit } PR^2 = 61$$

Dans le triangle CRV, rectangle en C, l'hypoténuse est le côté [VR].

Le théorème de PYTHAGORE donne :

$$VR^2 = CR^2 + CV^2$$

$$RV^2 = 6^2 + 9^2$$

$$RV^2 = 36 + 81$$

$$\text{soit } RV^2 = 117$$

Dans le triangle PRV, [PV] est le plus grand côté ; $PV^2 = 160$.

$$PR^2 + RV^2 = 61 + 107 = 168.$$

On constate qu'on a l'inégalité : $PV^2 \neq PR^2 + RV^2$.

Donc le triangle PRV n'est pas rectangle.