

EXERCICE 1

- Deux cercles (C) et (C') sont tangents extérieurement en I. Une droite D est tangente à (C) en H et ne rencontre pas (C') . Soit h l'homothétie de centre I qui transforme (C) en (C') .
 - Construire l'image $h(H)$ de H par h .
 - On donne : le cercle (C') , la droite D et le point H de D .
Construire le cercle (C) tangent extérieurement à (C') et tangent à D en H.
- Quel est l'ensemble des centre O des cercles (C) tangents extérieurement à (C') et à la droite D en H, lorsque le point H décrit D ?

EXERCICE 2

Le plan (P) est rapporté au repère orthonormal $(0, \vec{i}, \vec{j})$.

Soit (C) la courbe d'équation :

$$x^2 - 3y^2 + 8x + 12y + 16 = 0.$$

- Démontrer que (C) est une conique dont on précisera les éléments caractéristiques : centre, foyers et directrices associées, etc ...
Tracer (C) .
- Soit (D) la droite d'équation $y - 3 = 0$. On désigne par $d(M, D)$ la distance du point M à la droite (D) .
Soit P le point de coordonnées $(-4, 6)$; $d(M, P)$ désigne la distance de M à P.
Quel est l'ensemble des points M du plan (P) tels que $d(M, P) = 2 d(M, D)$?

EXERCICE 3

Soit α un réel de l'intervalle $]0, \pi[$. On considère l'équation d'inconnue complexe z :

$$(E) \quad z^2 \sin^2 \alpha - 4z \sin \alpha + 4 + \cos^2 \alpha = 0.$$

- Résoudre (E) .
- On désigne par M' et M'' les images des racines z' et z'' de l'équation (E) dans un repère orthonormal direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$ du plan complexe.
Montrer que, lorsque α varie, l'ensemble des points M' et M'' est une branche d'hyperbole (\mathcal{H}) .
Préciser les éléments caractéristiques de (\mathcal{H}) et dessiner la branche d'hyperbole en question.

EXERCICE 4

Dans un plan rapporté à un repère orthonormal $(0, \vec{i}, \vec{j})$, (unité 2 cm), on considère la famille de courbes (C_m) d'équation :

$$2mx^2 - 8mx - (m - 1)y^2 + 12m - 2 = 0,$$

m étant un paramètre réel.

- Étudier les cas particuliers $m = 0$, $m = 1$ et $m = \frac{1}{2}$.
- On suppose désormais que $m \in \mathbb{R} - \{\frac{1}{2}, 0, 1\}$.
Étudier suivant les valeurs de m la nature de (C_m) . Donner dans chaque cas les éléments caractéristiques de (C_m) .
- Existe-t-il une valeur de m pour laquelle :
 - (C_m) est un cercle ?
 - (C_m) est une hyperbole équilatère ($a = b$ dans l'équation réduite) ?