EXERCICE 1

1. Montrer que si deux nombres sont premiers entre eux, il en est de même de leur somme et de leur produit.
2. Résoudre dans $\mathbb{N}^2$ le système $\begin{cases} x + y = 56 \\ \text{ppcm}(x, y) = 105 \end{cases}$

EXERCICE 2

1. Déterminer l'ensemble des entiers naturels diviseurs de 210.
2. Déterminer les couples (x, y) d'entiers naturels non nuls tels que $\begin{cases} \text{ppcm}(x, y) = 210 \text{ pgcd}(x, y) \\ y - x = \text{pgcd}(x, y) \end{cases}$

EXERCICE 3

1. Déterminer l'ensemble des diviseurs entiers naturels de 1997.
   En déduire l'ensemble des couples (x, y) de $\mathbb{N}^2$ vérifiant : $x^2 - y^2 = 1997$.
2. Résoudre dans $\mathbb{N}^2$ l'équation $x^2 - y^2 = p$, où p est un entier naturel premier.

EXERCICE 4

1. Montrer que pour tout entier k, les nombres $5k - 2$ et $2k - 1$ sont premiers entre eux.
2. Soit un entier k. Montrer que le pgcd de $5k + 3$ et $2k - 1$ est celui de $k + 5$ et 11.
   En déduire, suivant les valeurs de k, le ppcm de $5k + 3$ et $2k - 1$.

EXERCICE 5

Quelles sont les valeurs possibles du pgcd des entiers x et y solutions de l'équation $7x - 4y = 9$?
Donner toutes les solutions de pgcd maximum.

EXERCICE 6

Déterminer tous les entiers naturels non nuls x tels que, en divisant x par 42 et 63, on obtient le même reste 13.

EXERCICE 7

Déterminer les couples (a, b) d'entiers naturels non nuls tels que $\text{pgcd}(a, b) + \text{ppcm}(a, b) = b + 9$.

EXERCICE 8

1. Montrer que pour tout entier n, le pgcd de $2n + 8$ et $3n + 15$ divise 6.
2. Déterminer tous les entiers n tels que $\text{pgcd}(2n + 8\ ,\ 3n + 15) = 6$.

EXERCICE 9

1. Quel est le plus petit entier naturel non nul pour lequel $A = x^2 - 2x + 2$ est divisible par 17 ?
2. Montrer alors que A est divisible par 17 si et seulement si $(x - 5)(x + 3)$ est divisible par 17.
   En déduire alors les entiers naturels non nuls x pour lesquels A est divisible par 17.