

DPECF — Devoir N°8

Une entreprise fabrique un objet P . x étant le nombre d'objets P , exprimé en centaines, fabriqués par cette usine, $f(x)$ est leur coût total, exprimé en milliers d'euros.

On suppose que x appartient à l'intervalle $[0; +\infty[$ et que $f(x) = 0.4x + e^{-0.4x+1}$.

Chaque objet est vendu 5 euros pièce.

On suppose que la fabrication est vendue dans sa totalité.

- 1/ Exprimer la recette $R(x)$, en milliers d'euros, en fonction du nombre x de centaines d'objets fabriqués.
- 2/ Exprimer le bénéfice, noté $B(x)$, en milliers d'euros, en fonction de la quantité x d'objets P fabriqués et vendus.
- 3/ Quel est, en euros, le bénéfice obtenu en fabricant 1000 objets? On donnera une valeur arrondie à l'euro.
- 4/ Étudier les variations de B sur $[0; +\infty[$. Tracer la courbe représentative de B dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ pour $x \in [0; 10]$.
- 5/ Remarquer que l'équation $B(x) = 0$ admet une solution unique, notée μ , appartenant à $[0; 10]$. Donner une valeur approchée de μ à 10^{-3} près.
- 6/ En déduire le nombre entier minimal d'objets P à produire pour que l'entreprise commence à gagner de l'argent

Commençons par définir la fonction B qui donne le bénéfice réalisé pour la fabrication et la vente de x centaines d'objets, $B: x \mapsto f(x) = 0.4x + e^{-0.4x+1}$.

> $B(x) := 0.1 * x - \text{EXP}((-0.4) * x + 1)$;

$$B(x) := 0.1 * x - \text{EXP}((-0.4) * x + 1);$$

Calculons ensuite en euros le bénéfice obtenu pour 1000 objets. On doit donc calculer $B(10)$ puis le convertir en euros.

```
> B(10)*1000;
```

950.212931632136

Cela donne donc un bénéfice de 950 euros.

Pour étudier les variations de B , nous calculons donc sa dérivée sur \mathbf{R} .

```
> diff(B(x),x);
```

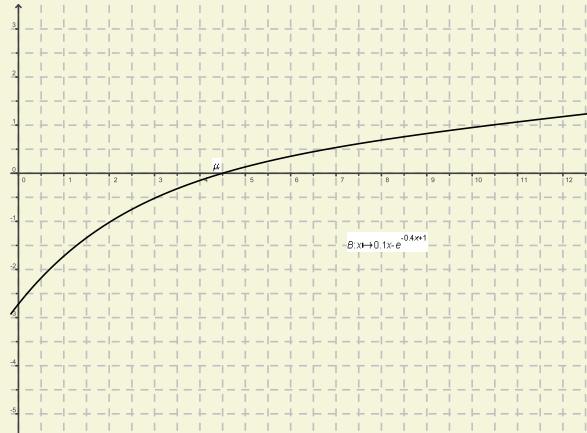
$$0.4 e^{1-0.4x} + 0.1$$

Nous remarquons que cette dérivée est strictement positive sur \mathbf{R} , donc la fonction B est strictement croissante. Nous avons remarqué que $B(10)$ était positif. Calculons maintenant $B(0)$.

```
> float(B(0));
```

-2.718281828459045

Nous constatons que $B(0)$ est strictement négatif et $B(10)$ strictement positif, donc, puisque B est strictement croissante sur $[0; 10]$, l'équation $B(x) = 0$ admet une solution unique, notée μ , dans $[0; 10]$. Nous pouvons le constater en regardant la courbe représentative de B



Calculons une valeur approchée de μ à 10^{-3} près. Pour cela, on tape la commande *interpolate* .

```
> interpolate(B(x), x, 0, 10);
```

4.497601882929732

Nous en déduisons donc que l'entreprise commence à gagner de l'argent dès que x est supérieur à μ , ce qui correspond à la vente de 450 objets P au moins.