

Des transformations simples dans le plan avec le package `pst-transform`

Manuel Luque

`manuel.luque27@gmail.com`

7 août 2007 - documentation révisée le 1 septembre

Résumé

Suite à une discussion que j'avais initiée sur `fr.comp.text.tex`¹, j'ai pensé qu'il serait utile de regrouper un ensemble de commandes permettant des transformations simples dans le plan :

1. translation ;
2. rotation ;
3. homothétie ;
4. cisaillement ;
5. symétrie par rapport à une droite, ou un point.

J'ai repris et modifié la définition de `\psrotate` qui avait été élaborée lors de cette discussion et qu'Herbert Voss avait introduite dans le package `pstricks-add`, afin de la rendre plus puissante et d'exploiter les possibilités de `pst-node`.

La commande relative à l'homothétie avait été définie suite à une question posée lors de cette discussion.

les commandes relatives au cisaillement et à la symétrie par rapport à une droite figuraient déjà dans une ancienne étude, voir la page :

<http://members.aol.com/ManuelLuque3/miroirs.htm>

Ces commandes associées au package `pst-node` sont suffisamment puissantes pour limiter au maximum les calculs. Elles sont bien sûr perfectibles : n'hésitez pas à me faire part de vos améliorations ou de vos applications.

Table des matières

| | | |
|----------|---|----------|
| 1 | La matrice de transformation de PostScript | 2 |
| 2 | Homothétie | 3 |
| 3 | Application combinée rotation et homothétie : théorème du point fixe² | 4 |
| 3.1 | Méthode 1 | 4 |
| 3.2 | Méthode 2 | 4 |
| 3.3 | Méthode 3 : calculs avec PostScript | 5 |
| 4 | Translations | 6 |
| 5 | Rotations | 7 |

1. Voir le fil, "Macro de rotation pour PStricks" : <http://groups.google.fr/group/fr.comp.text.tex/>

| | | |
|----------|---|-----------|
| 6 | Combinaison rotation et translation | 8 |
| 6.1 | Déplacer et faire tourner une canne | 8 |
| 6.2 | Construction d'un support-boy paramétrable pour la chimie | 8 |
| 7 | Symétrie par rapport à une droite : l'effet miroir | 10 |
| 7.1 | Des ciseaux pour gauchers et droitiers | 10 |
| 7.2 | Reflet d'un panneau dans une flaqué d'eau | 10 |
| 8 | Cisaillement | 11 |
| 8.1 | Présentation | 11 |
| 8.2 | Cisaillement suivant Oy | 12 |
| 8.3 | Cisaillement suivant Ox et Oy | 12 |

1 La matrice de transformation de PostScript

Nous trouvons page 159 de l'édition française du *Manuel de référence du langage PostScript* (Addison-Wesley), les explications sur la "Représentation et la manipulation" de la matrice de transformation courante(CTM).

Si les relations entre anciennes (x,y) et nouvelles coordonnées (x',y') , après transformation s'écrivent sous la forme :

$$\begin{cases} x' &= ax + cy + t_x \\ y' &= bx + dy + t_y \end{cases}$$

La matrice de transformation courante(CTM) qui permettra à PostScript de faire les calculs et l'affichage de l'image transformée est représentée par un tableau à 6 éléments :

$$\text{CTM} = [\text{a b c d e f}]$$

Ce tableau est ensuite intégré dans la commande.

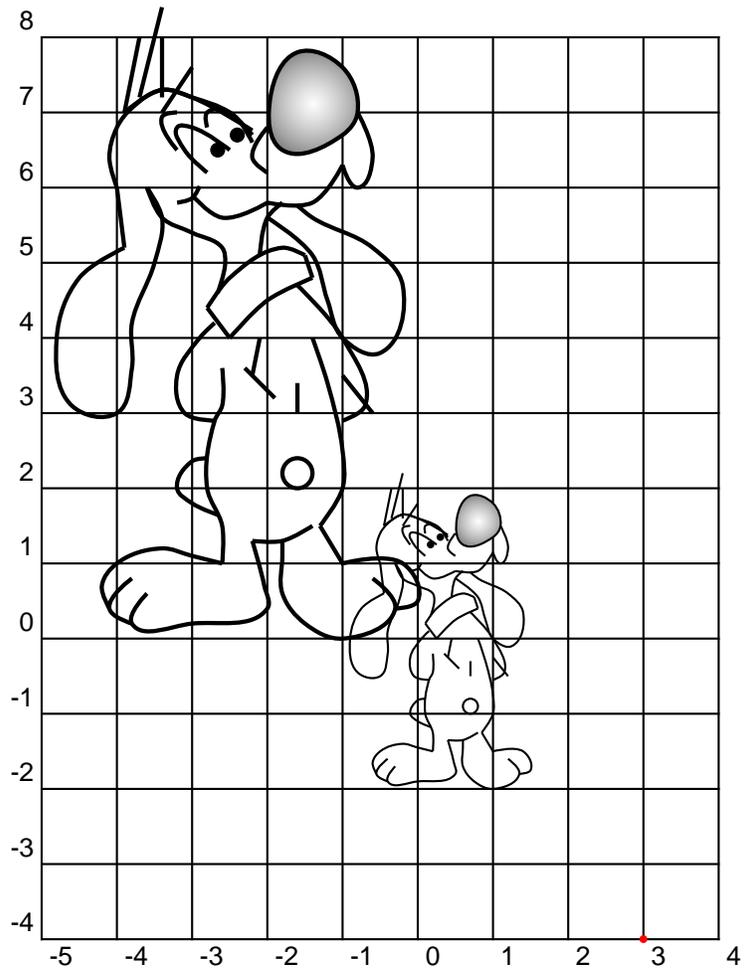
Par exemple pour la translation de $(x_0,y_0) \rightarrow (x_1,y_1)$:

```
\pst@Verb{%  
  {[1 0 0 1 x1 x0 sub y1 y0 sub]  
  concat } \tx@TMChange }%
```

J'ai suivi la méthode employée par Timothy Van Zandt dans le package `pst-3d`, en modifiant, pour chaque cas, la CTM.

2 Homothétie

`\psHomothetie(xCentre,yCentre){rapport}{objet}`



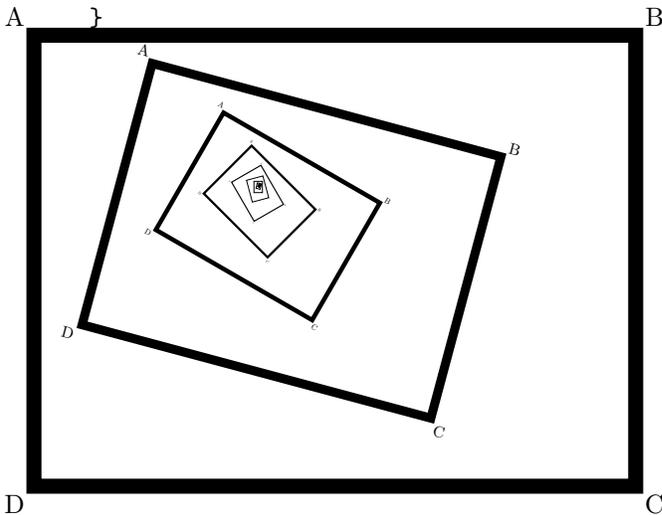
```
\begin{pspicture}(-5,-4)(4,8)
\psgrid[subgriddiv=0](-5,-4)(4,8)
\psdots[dotsize=3pt,linecolor=red](3,-4)
\Bill
\psHomothetie(3,-4){2}{\Bill}
\end{pspicture}
```

3 Application combinée rotation et homothétie: théorème du point fixe³

3.1 Méthode 1

L'homothétie s'applique aussi à l'épaisseur du trait, avec les inconvénients de lisibilité des petits tracés.

```
\pnode(-1,1){0}% rotation
\rectangle
\multido{\i=\rot+\rot}{10}{%
\psrotate(0){\i}{\psHomothetie(0){\rH}{\rectangle}}
\FPeval{\rH}{\rH*0.5}
```

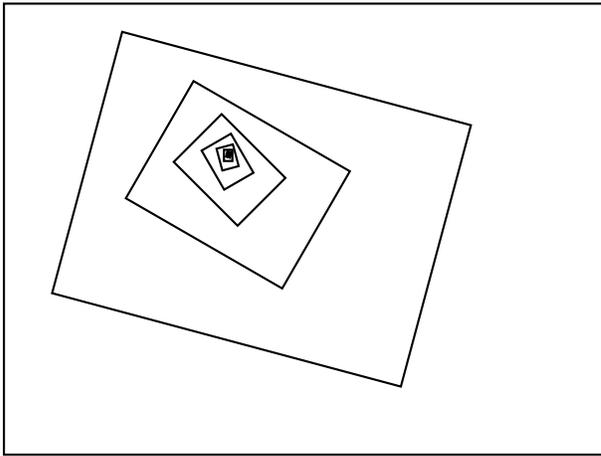


3.2 Méthode 2

Pour remédier à l'inconvénient précédent, on calcule les sommets du rectangle après transformation et puis on trace.

```
\multido{\i=\rot+\rot}{10}{%
\psrotate(0){\i}{\psHomothetie(0){\rH}{%
\pnode(-4,3){A}\pnode(4,3){B}
\pnode(4,-3){C}\pnode(-4,-3){D}}\psframe(A)(C)}
\FPeval{\rH}{\rH*0.5}
}
```

3. Dictionnaire Penguin des curiosités mathématiques, page 182. Eyrolles



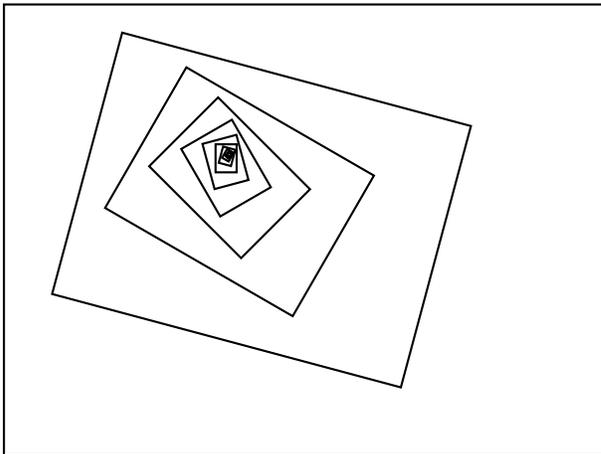
3.3 Méthode 3: calculs avec PostScript

Les calculs précédents ont été faits avec le package `fp`, les voici réalisés avec PostScript

```

\multido{\i=\rot+\rot,\iCount=1+1}{10}{%
\psrotate(0){\i}{\psHomothetie(0){\rH\space \iCount\space exp}{%
\pnode(-4,3){A}\pnode(4,3){B}
\pnode(4,-3){C}\pnode(-4,-3){D}}\psframe(A)(C)}
}

```

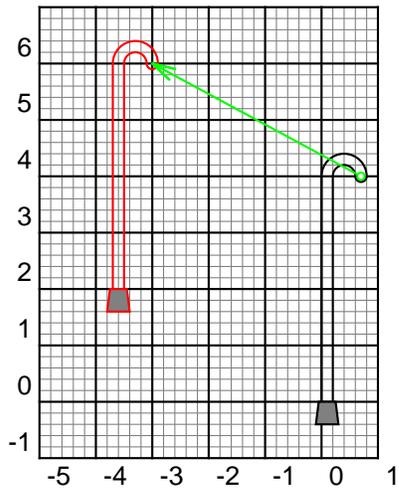
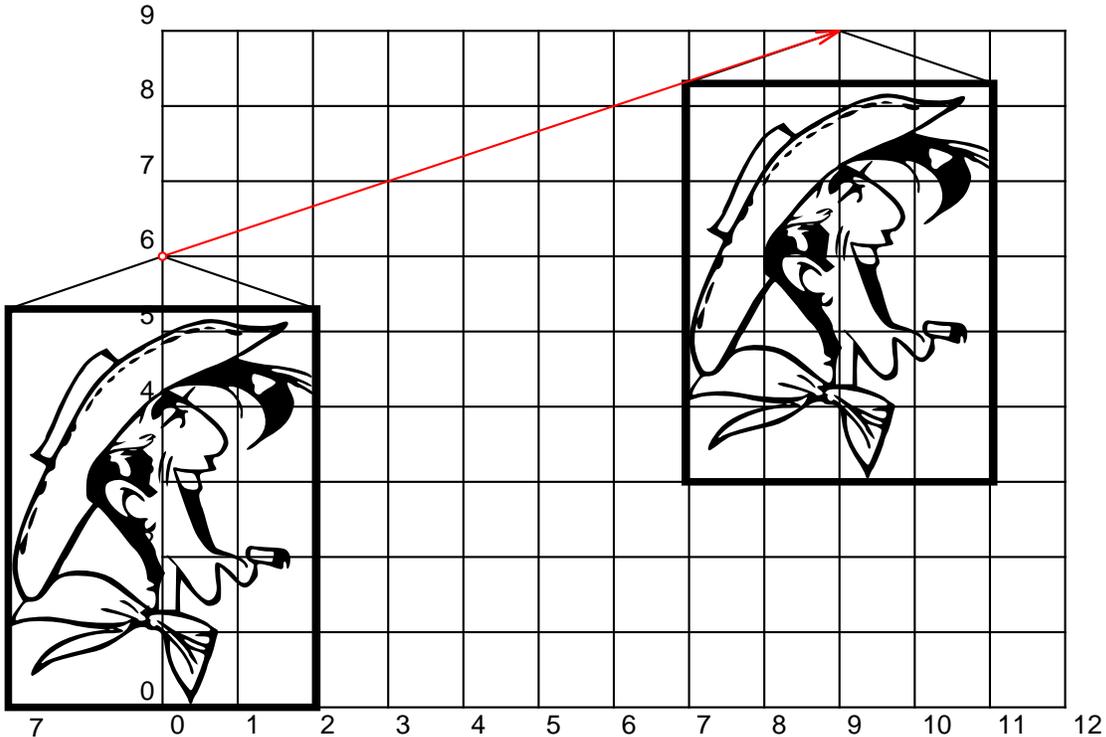


4 Translations

La commande dédiée aux translations est `\pstranslate(x0,y0)(x1,y1){objet}`. Elle permet de déplacer tout l'objet dans la translation qui au point $A_0(x_0,y_0)$ fait correspondre le point $A_1(x_1,y_1)$.

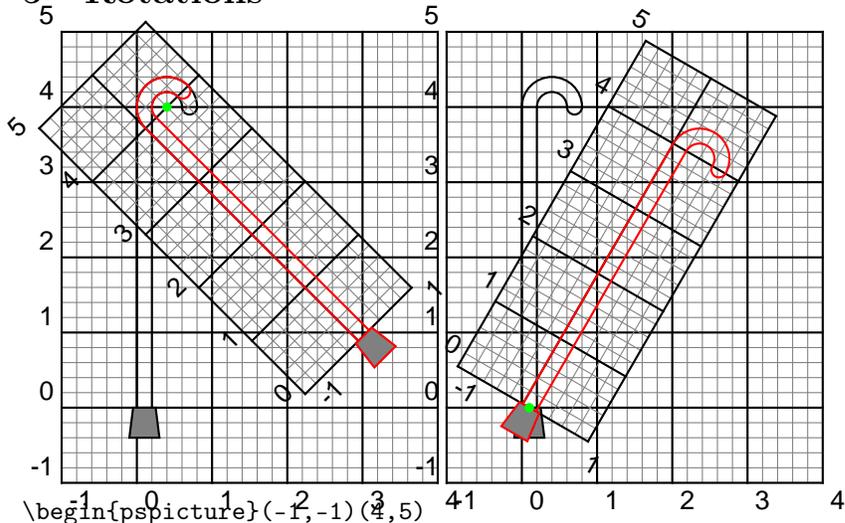
Exemple : suspendre un cadre en un pont donné.

```
\begin{pspicture}(0,0)(12,10)
\psgrid[subgriddiv=0](0,0)(12,10)%
\lucky
\pstranslate(0,6)(9,9){\lucky}
\psline[linecolor=red]{o-v}(0,6)(9,10)
\end{pspicture}
```



```
\begin{pspicture}(-5,-1)(2,7)
\psgrid(-5,-1)(2,7)
\canne
\pstranslate(0.7,4)(-3,6){\canne}
\psline[linecolor=red]{o-v}(0.7,4)(-3,6)
\end{pspicture}
```

5 Rotations

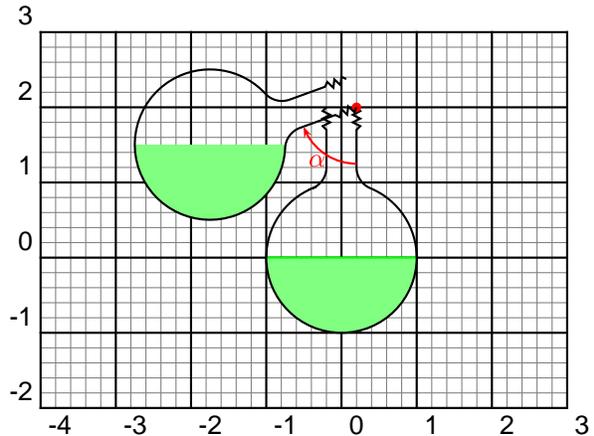


```

\begin{pspicture}(-1,-1)(4,5)
\psgrid\canne
\psrotate(0.4,4){45}{\psgrid(-1,0)(1,5)\psset{linecolor=red}\canne}
\psdot[linecolor=green](0.4,4)
\end{pspicture}
\begin{pspicture}(-1,-1)(4,6)
\psgrid\canne
\psrotate(0.1,0){-30}{\psgrid(-1,0)(1,5)\psset{linecolor=red}\canne}
\psdot[linecolor=green](0.1,0)
\end{pspicture}

```

Où on peut faire des choses assez compliquées sans effectuer aucun calcul! Il suffit de noter le point intéressant, ici le centre du ballon, afin de savoir où il se trouve après transformation : ceci grâce aux nœuds.



```

\begin{pspicture}(-4,-2)(3,3)
\psgrid(-4,-2)(3,3)
{\psset{linestyle=none}\ballon}% initialise les paramètres du ballon sans le tracer
% ballon initial
\ballondeb%
% extrémité droite du col du ballon
% 2*rayon du ballon est la hauteur mesurée à partir du centre du ballon
\pnode(! eCol rBallon 2 mul){C}
% ballon que l'on fait tourner autour de l'extrémité droite du col

```

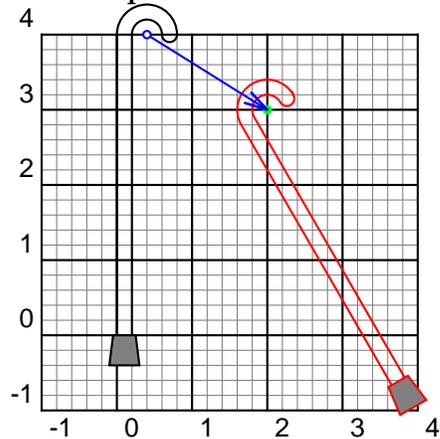
```

% on note O' la position du centre après rotation
\psrotate(C){-70}{\pnode(0,0){O'}}
% On déplace le ballon contenant le liquide, mais sans dessiner le ballon
% uniquement le contenu, ceci afin de garder la surface libre du liquide horizontale.
\pstranslate(0,0)(O'){\psset{linestyle=none}\ballondeb}
% on marque le centre de rotation
\psdot[linecolor=red](C)
% on dessine le ballon incliné de 70°
\psrotate(C){-70}{\pscustom{\ballon}}%
% représentons l'angle de rotation
\psarcn[linecolor=red]{->}(C){0.75}{-90}{-160}
\uput{0.75}[-125](C){\textcolor{red}{\alpha}}
\end{pspicture}

```

6 Combinaison rotation et translation

6.1 Déplacer et faire tourner une canne

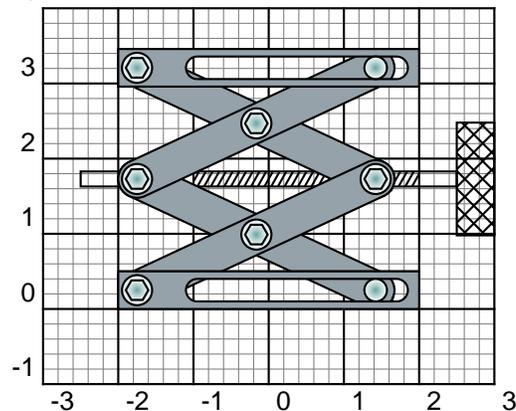


```

\begin{pspicture}(-1,-1)(4,4)
\psgrid\canne
\pstranslate(0.4,4)(2,3){%
\psrotate(0.4,4){30}{%
\psset{linecolor=red}\canne}
}
\psdot[linecolor=green](2,3)
\psline[linecolor=blue]{o-v}(0.4,4)(2,3)
\end{pspicture}

```

6.2 Construction d'un support-boy paramétrable pour la chimie



```

\def\supportboy#1{% #1 angle d'élévation
% limites de l'angle
\pst@cntg=#1\relax \ifnum\pst@cntg>50 \typeout{Niveau must be 50 and not

```

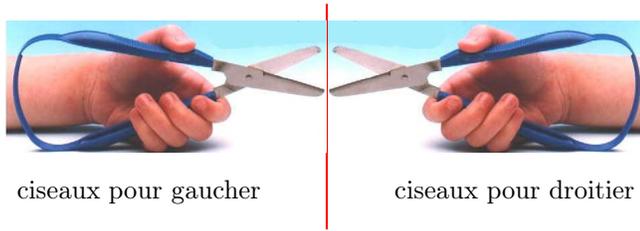
```

\the\pst@cntg'. Value 50 forced.} \pst@cntg=50
  \else
    \ifnum\pst@cntg<15 \typeout{Niveau must be 15 and not
\the\pst@cntg'. Value 15 forced.} \pst@cntg=15
\fi\fi
% boulons et axes
\def\boulon{\pscircle[style=boulon](0,0){0.2}%
  \pspolygon[style=boulon](0.15;60)(0.15;120)(0.15;180)(0.15;240)(0.15;300)(0.15;360)}
\def\axe{\pscircle[style=boulon](0,0){0.15}}
\def\tige{\psframe[framearc=1,style=metal](-2,0)(2,0.5)}
% molette et vis
\def\vis{%
\psframe(-2.5,-0.1)(2.5,0.1)
\psframe[fillstyle=crosshatch](2.5,-0.75)(3,0.75)
\psframe[linestyle=none,fillstyle=hlines,hatchangle=60,hatchsep=0.05]%
  (-1,-0.1)(2,0.1)}
% base et plan support
\def\base{%
\psframe(-2,-0.25)(2,0.25)
\pscustom[linestyle=none,style=metal]{\psline(-2,0.25)(2,0.25)(2,-0.25)(-2,-0.25)(-2,0.25)%
  \psarc(-0.95,0){0.15}{90}{270}\psline(-0.8,-0.15)(1.7,-0.15)%
  \psarc(1.7,0){0.15}{-90}{90}
  \psline(-0.95,0.15)}
\psline(-2,0.25)(2,0.25)(2,-0.25)(-2,-0.25)(-2,0.25)%
\psarc(-0.95,0){0.15}{90}{270}\psline(-0.95,-0.15)(1.7,-0.15)%
\psarc(1.7,0){0.15}{-90}{90}
\psline(1.7,0.15)(-0.95,0.15)}
% calcul de quelques points
\pnode(-1.75,0.25){01}% 01 axe 1
% 02 milieu de la tige 1 après rotation,
% 03 extrémité de la tige 1 après rotation.
\psrotate(01){\the\pst@cntg}{\pnode(0,0.25){02}\pnode(1.75,0.25){03}}%
% récupérer le noeud 4
\psrotate(02){-\the\pst@cntg}{\pstranslate(0,0.25)(02){\pnode(-1.75,0.25){04}}} % récupérer le noeud 4
\pstranslate(-1.75,0)(04){\vis}
% translation et rotation de la tige 1 -> tige 3
% et récupérer les noeuds 5 et 6
\psrotate(03){-\the\pst@cntg}{\pstranslate(1.75,0.25)(03){\tige\pnode(0,0.25){05}\pnode(-1.75,0.25){06}}} % tig
% translation et rotation de la tige 1 -> tige 2 et récupérer le noeud 7
\psrotate(02){-\the\pst@cntg}{\pstranslate(0,0.25)(02){\tige\pnode(1.75,0.25){07}}} % tige 2
% translation et rotation de la tige 1 -> tige 4
\psrotate(05){\the\pst@cntg}{\pstranslate(0,0.25)(05){\tige\pnode(1.75,0.25){08}}} % tige 4
% rotation de la tige 1
\psrotate(01){\the\pst@cntg}{\tige}% tige 1
% récupérer le noeud milieu du dessus du plan support
% pour y placer l'appareil de chauffage : 09
\rput(0,0.25){\base}\pstranslate(-1.75,0)(06){\base\pnode(0,0.25){09}}
\multido{\i=1+1}{6}{\rput(0\i){\boulon}}
\rput(08){\axe}\rput(07){\axe}}

```

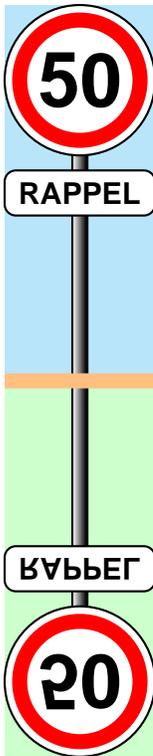
7 Symétrie par rapport à une droite : l'effet miroir

7.1 Des ciseaux pour gauchers et droitiers



```
\begin{pspicture}(-5,-1)(5,2)
\psgrid(-5,-1)(5,2)
\node(0,-1){A}\node(0,2){B}
\rput(-2.5,-0.5){ciseaux pour gaucher}
\rput(2.5,-0.5){ciseaux pour droitier}
\rput[b1](0,0){\includegraphics{ciseauxpourdroitier.eps}}%
\psline[linecolor=red](A)(B)
\SymPlan(A)(B){\includegraphics{ciseauxpourdroitier.eps}}
\end{pspicture}
```

7.2 Reflet d'un panneau dans une flaque d'eau



```
\begin{pspicture}(-1,-5)(1,5)
%%
\def\panneau{%
\psframe[fillstyle=gradient,gradangle=90,gradend=black,%
gradbegin=white](-0.1,0)(0.1,3.2)
\psframe[fillstyle=solid,framearc=0.5](-1,2.2)(1,2.8)
\rput(0,2.5){\Sf RAPPEL}
\pscircle[fillstyle=solid](0,4){1}
\pscircle[linewidth=0.2,linecolor=red](0,4){0.8}
\rput(0,4){\SF 50}}
%%
\psframe*[linecolor=cyan!25](-1,0)(1,5)
\panneau
\psframe*[linecolor=green!20](-1,0)(1,-5)
\node(-1,0){A}\node(1,0){B}
\SymPlan(A)(B){\panneau}
\psline[linewidth=0.2,linecolor=red!50!yellow!50](A)(B)
\end{pspicture}
```

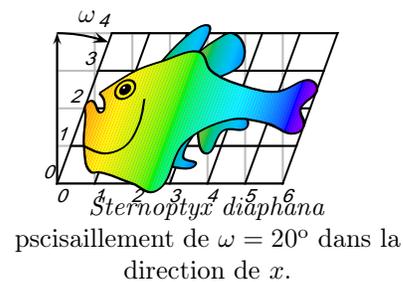
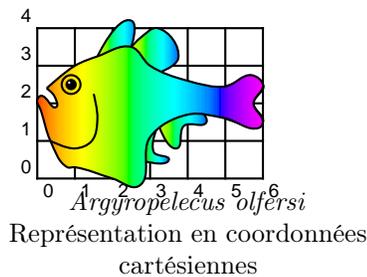
8 Cisaillement

8.1 Présentation

Dans son livre *Forme et croissance*, D'ARCY THOMPSON propose « une analyse des phénomènes biologiques sous leurs aspects mathématiques (la géométrie des formes) et physiques (le jeu des forces) ». Dans le chapitre *La théorie des transformations ou la comparaison des formes apparentées*, il étudie certaines variétés de poissons. À la page 293 des éditions du Seuil, il illustre « un cas assez simple, où seule intervient une force de cisaillement ».

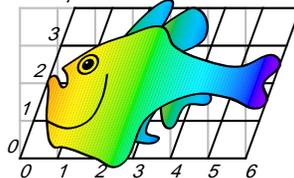
« La première figure représente en coordonnées cartésiennes un petit poisson océanique du nom d'*Argyropelecus olfersi*. »

« L'autre figure représente exactement le même croquis transféré dans un système de coordonnées obliques dont les axes forment un angle de 70° : mais, curieusement, ce dernier constitue alors, une très bonne représentation d'un poisson apparenté, et pourtant classé dans un genre différent, *Sternoptyx diaphana*. La déformation illustrée par cet exemple est précisément analogue aux fossiles soumis aux contraintes de cisaillement des roches. »⁴



C'est la commande `\pscisaillement[cisX=20]{\psgrid\poisson}` qui réalise cet effet de cisaillement, en paramétrant l'angle.

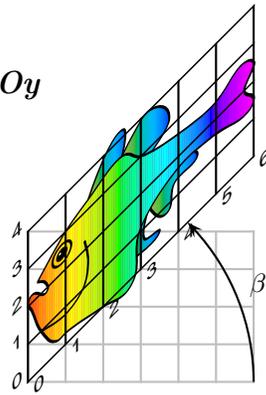
Ci-dessous, le résultat obtenu par la commande `\psTilt{70}{\psgrid\poisson}` faisant partie du package `\pst-3d` qui fait exactement la même chose, dans ce cas là.



Mais on peut aussi prévoir un cisaillement suivant l'axe Oy , et même combiner les deux !

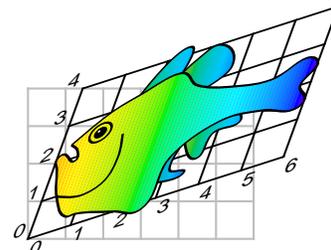
4. Ce qui est entre guillemets est extrait du livre.

8.2 Cisaillement suivant Oy



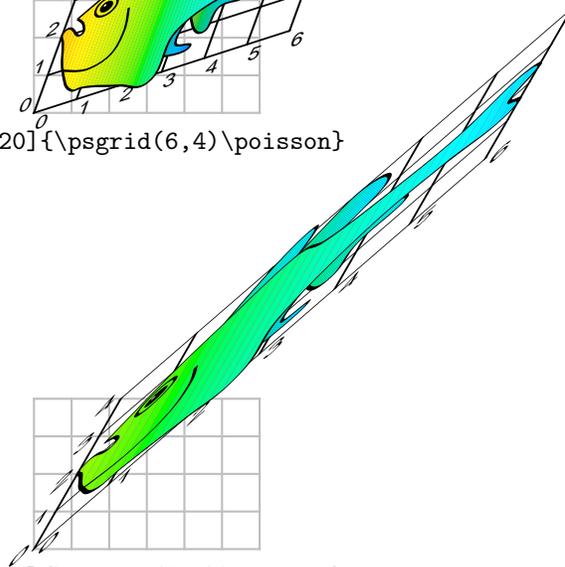
```
\pscisaillement[cisX=0,cisY=45]{\psgrid(6,4)\poisson}
```

8.3 Cisaillement suivant Ox et Oy



```
\pscisaillement[cisX=20,cisY=20]{\psgrid(6,4)\poisson}
```

Avec des valeurs différentes :



```
\pscisaillement[cisX=30,cisY=60]{\psgrid(6,4)\poisson}
```