

Les équations

Chapitre XII

I Définitions et généralités

Définition 1

On appelle équation toute égalité entre deux expressions algébriques. Ces deux expressions algébriques sont appelées les membres de l'équation.

Définition 1

On appelle équation toute égalité entre deux expressions algébriques. Ces deux expressions algébriques sont appelées les membres de l'équation.

Exemples :

Définition 1

On appelle équation toute égalité entre deux expressions algébriques. Ces deux expressions algébriques sont appelées les membres de l'équation.

Exemples :

$$3x = 8$$

Définition 1

On appelle équation toute égalité entre deux expressions algébriques. Ces deux expressions algébriques sont appelées les membres de l'équation.

Exemples :

$$3x = 8$$

$$\underbrace{5y + 4}_{\text{membre de gauche}} = \underbrace{6y - 2}_{\text{membre de droite}}$$

Définition 2

Les lettres utilisées dans une équation portent le nom d'inconnues de l'équation. Ces lettres peuvent être remplacées par des valeurs numériques.

Définition 2

Les lettres utilisées dans une équation portent le nom d'inconnues de l'équation. Ces lettres peuvent être remplacées par des valeurs numériques.

Théorème 1

On ne change pas une égalité si on multiplie, divise, additionne ou soustrait un même nombre à ses deux membres.

II Test d'égalité

-
-
-

On teste une égalité en remplaçant les inconnues par une valeur donnée et en vérifiant si l'égalité est vraie ou fausse. Si la valeur donnée rend l'égalité vraie, alors on dit que c'est une solution de l'équation.

•
•
•



Exemples :

Soit l'équation $3x + 4 = 10$

a) Vérifier si l'équation précédente est vérifiée pour $x=1$.

Exemples :

Soit l'équation $3x + 4 = 10$

a) Vérifier si l'équation précédente est vérifiée pour $x=1$.

On remplace x par 1

$$3 \times 1 + 4 = 7$$

Exemples :

Soit l'équation $3x + 4 = 10$

a) Vérifier si l'équation précédente est vérifiée pour $x=1$.

On remplace x par 1

$$3 \times 1 + 4 = 7$$

donc 1 n'est pas une solution de l'équation.

-
-
-

b) Vérifier si l'équation précédente est vérifiée pour $x=2$.

b) Vérifier si l'équation précédente est vérifiée pour $x=2$. On remplace x par 2

$$3 \times 2 + 4 = 10$$

b) Vérifier si l'équation précédente est vérifiée pour $x=2$. On remplace x par 2

$$3 \times 2 + 4 = 10$$

l'égalité est vérifiée pour $x=2$ donc 2 est une solution de l'équation.

III Résolution d'équations

-
-
-

Résoudre une équation revient à trouver ses solutions éventuelles. Pour cela, on cherche à isoler l'inconnue dans le membre de gauche.

-
-
-

Equation du type $x + a = b$

Equation du type $x + a = b$

Théorème 2

Une équation du type $x + a = b$ admet pour solution

$$x = b - a$$

Equation du type $x + a = b$

Théorème 2

Une équation du type $x + a = b$ admet pour solution

$$x = b - a$$

Démonstration :

$$x + a = b$$

$$x + a - a = b - a$$

$$x = b - a$$



-
-
-



Exemple :

Résoudre l'équation $x + 5 = 4$.

•
•
•

Exemple :

Résoudre l'équation $x + 5 = 4$.

$$x + 5 = 4$$

$$x = 4 - 5$$

$$x = -1$$

-
-
-

Equation du type $x - a = b$

Equation du type $x - a = b$

Théorème 3

Une équation du type $x - a = b$ admet pour solution

$$x = b + a$$

Equation du type $x - a = b$

Théorème 3

Une équation du type $x - a = b$ admet pour solution

$$x = b + a$$

Démonstration :

$$x - a = b$$

$$x - a + a = b + a$$

$$x = b + a$$



-
-
-



Exemple :

Résoudre l'équation $x - 5 = 4$.

-
-
-

Exemple :

Résoudre l'équation $x - 5 = 4$.

$$x - 5 = 4$$

$$x = 4 + 5$$

$$x = 9$$

-
-
-

Equation du type $ax = b$ ($a \neq 0$)

Equation du type $ax = b$ ($a \neq 0$)

Théorème 4

Une équation du type $ax = b$ admet pour solution

$$x = \frac{b}{a}$$

Equation du type $ax = b$ ($a \neq 0$)

Théorème 4

Une équation du type $ax = b$ admet pour solution

$$x = \frac{b}{a}$$

Démonstration :

$$ax = b$$

$$\frac{ax}{a} = \frac{b}{a}$$

$$x = \frac{b}{a}$$

-
-
-



Exemple :

Résoudre l'équation $3x = 9$.

•
•
•

Exemple :

Résoudre l'équation $3x = 9$.

$$3x = 9$$

$$x = \frac{9}{3}$$

$$x = 3$$

•
•
•

Equation du type $\frac{x}{a} = b$ ($a \neq 0$)

Equation du type $\frac{x}{a} = b$ ($a \neq 0$)

Théorème 5

Une équation du type $\frac{x}{a} = b$ admet pour solution

$$x = b \times a$$

Equation du type $\frac{x}{a} = b$ ($a \neq 0$)

Théorème 5

Une équation du type $\frac{x}{a} = b$ admet pour solution

$$x = b \times a$$

Démonstration :

$$\frac{x}{a} = b$$

$$\frac{x}{a} \times a = b \times a$$

$$x = b \times a$$

•
•
•

Exemple :

Résoudre l'équation $\frac{x}{3} = 5$.

•
•
•

Exemple :

Résoudre l'équation $\frac{x}{3} = 5$.

$$\frac{x}{3} = 5$$

$$x = 5 \times 3$$

$$x = 15$$