

Brevet Centres étrangers 1 2001

<http://melusine.eu.org/syracuse/poulecl>

1 Partie numérique

1.1 Exercice 1

On considère la fraction $\frac{5\,148}{1\,386}$.

1. Déterminer, par la méthode de votre choix, le pgcd des nombres 5 148 et 1 386.
2. Utiliser le résultat de la question précédente pour rendre irréductible la fraction $\frac{5\,148}{1\,386}$.

1.2 Exercice 2

On considère l'expression T suivante :

$$T = (2x - 1)^2 - (2x - 1)(x + 5)$$

1. En développant et en réduisant, prouver que l'expressions T peut s'écrire $T = 2x^2 - 13x + 6$.
2. En utilisant l'expression obtenue au 1., calculer T pour $x = \frac{1}{3}$ et pour $x = \sqrt{2} + 1$. (On donnera les résultats sous la forme la plus simple possible.)
3. Factoriser l'expression T , puis déterminer les valeurs de x pour lesquelles l'expression T est égale à 0.

1.3 Exercice 3

1. Résoudre le système d'inconnue $(x; y)$ suivant :

$$\begin{cases} 3x + 2y = 65 \\ 2x + 3y = 60 \end{cases}$$

2. Un torréfacteur met en vente deux sortes de mélange de café. Le mélange A est composé de 60% d'Arabica et de 40% de Robusta et coûte 13€ le kilogramme. Le mélange B est composé de 40% d'Arabica et 60% de Robusta et coûte 12€ le kilogramme. On appellera x le prix du kilogramme d'Arabica, y le prix du kilogramme de Robusta. Quel est le prix du kilogramme d'Arabica et du kilogramme de Robusta ?

2 Partie géométrique

2.1 Exercice 1

Construire un cercle de centre O et de diamètre $[AB]$ avec $AB = 6 \text{ cm}$. Placer sur ce cercle un point C tel que $BC = 3,6 \text{ cm}$.

1. Quelle est la nature du triangle ACB ? Justifier.
Démontrer que la longueur AC est égale à $4,8 \text{ cm}$.
2. Déterminer par le calcul la mesure de l'angle \widehat{CAB} . En déduire la mesure de l'angle \widehat{COB} . (On arrondira les deux mesures à l'unité.)
3. Soit E le milieu du segment $[OB]$. Tracer la parallèle à la droite (BC) passant par E ; elle coupe le segment $[AC]$ en F . Calculer les longueurs exactes des segments $[AF]$ et $[FE]$.

2.2 Exercice 2

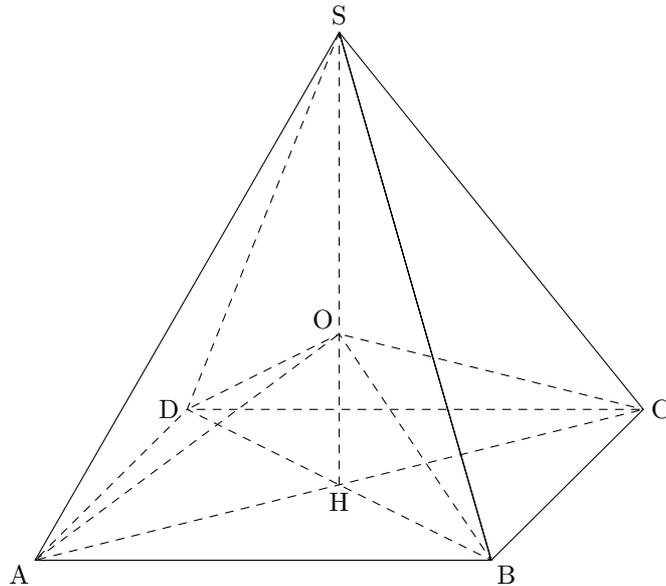
Soit (O, I, J) un repère orthonormé du plan. L'unité est le centimètre. On considère les points suivants : $A(2; 3)$, $B(6; 1)$ et $C(-1; -3)$.

1. Faire une figure et placer les points.
2. Calculer les coordonnées du milieu M du segment $[BC]$.
3. (a) Calculer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AC} .
(b) Construire le point D , image du point B par la translation de vecteur \overrightarrow{AC} . Calculer les coordonnées de D .
4. Calculer les valeurs exactes des longueurs AD et BC .
Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$? Justifier.

3 Problème

On considère une pyramide régulière $SABCD$, à base carrée.

On note $[SH]$ sa hauteur et on donne $AB = 6 \text{ cm}$ et $SH = 8 \text{ cm}$.



Partie A

1. Montrer que $AH = 3\sqrt{2}$ et calculer AS .
2. Calculer le volume de la pyramide $SABCD$.
3. Soit O le point du segment $[SH]$ tel que $SO = 6 \text{ cm}$. On crée ainsi une deuxième pyramide régulière $OABCD$, à base carrée.
Calculer le volume de la partie comprise entre les deux pyramides $SABCD$ et $OABCD$.

Partie B

Dans cette partie, la longueur OH sera notée x .

1. (a) Entre quelles valeurs peut-on faire varier x ?
(b) Exprimer, en fonction de x , le volume de la pyramide $OABCD$.
(c) Exprimer, en fonction de x , le volume \mathcal{V} de la partie comprise entre les deux pyramides $SABCD$ et $OABCD$.
2. On considère la fonction affine suivante :

$$f : x \mapsto 96 - 12x$$

- (a) Calculer $f(0)$; $f(8)$ et $f(1,5)$.
- (b) Quel est le nombre qui a 66 pour image par f ?
- (c) Tracer la représentation graphique (d) de la fonction affine f . (On choisira pour unité 1 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 cm³ sur l'axe des ordonnées.)
- (d) Par lecture graphique, donner la valeur de x telle que le volume \mathcal{V} soit égal à la moitié du volume de la pyramide $SABCD$. Expliquer. Retrouver ce résultat par le calcul.