Brevet Poitiers 1996

http://melusine.eu.org/syracuse/poulecl

1 Partie numérique

1.1 Exercice 1

On donne

$$A = \frac{3}{2} + \frac{5}{4} \times \frac{2}{15} \qquad\qquad B = \frac{2}{3} - \frac{5}{2}\left(\frac{7}{6} - \frac{1}{3}\right)$$

Ecrire A et B sous forme de fractions irréductibles en détaillant les calculs intermédiaires.

1.2 Exercice 2

On donne l'expression $E = (x+3)(2x-3) - (2x-3)^2$

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.

1.3 Exercice 3

Une régate, ou course de voiliers, est organisée à La Rochelle. Deux types de voiliers participent à la régate :
– les« 420 » qui ont à bord deux personnes,
– les« optimists » qui sont manoeuvrés par une seule personne.
On compte au départ de la régate 48 voiliers et 80 personnes.

1. Si x est le nombre de« 420 » au départ et y le nombre d'« optimists », traduire les données par un système de 2 équations à 2 inconnues.
2. Quel est le nombre de voiliers de chaque catégorie ?

1.4 Exercice 4

On a relevé la nationalité du vainqueur des 80 premiers Tours de France cyclistes [entre 1903 et 1993]. Le tableau ci-après donne le nombre de victoires par nationalité.

1. Reproduire le tableau sur la copie et calculer les fréquences en pourcentage.

	France	Belgique	Italie	Espagne	Autres
Nombres de victoires	36	18	8	6	12
Fréquences en %					

2. Construire un diagramme semi-circulaire représentant cette situation (on prendra $5\,cm$ pour rayon du cercle). On justifiera correctement le calcul des angles.
3. L'espagnol Miguel Indurain a gagné l'épreuve en 1994 et 1995. Calculer le pourcentage de victoires espagnoles depuis la création du Tour de France.

2 Partie géométrique

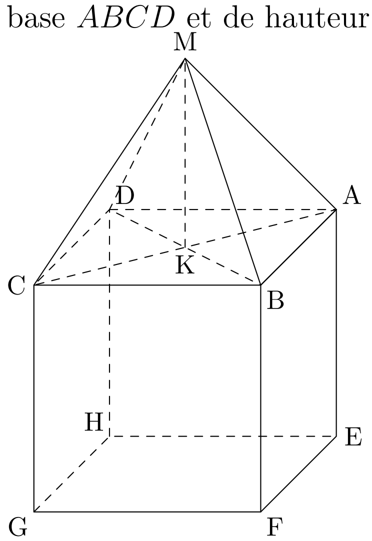
2.1 Exercice 1

Soit un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 4,5\,cm$ et $BC = 7,5\,cm$.

1. Construire ce triangle et justifier brièvement la construction.
2. On considère le point D du segment $[BC]$ tel que $BD = BC$ et le point E du segment $[AB]$ tel que $BE = 3\,cm$.
   Démontrer que les droites (DE) et (CA) sont parallèles.
3. (a) Quelle est la nature du triangle BED ? Justifier votre réponse.
   (b) Soit $\mathcal{A}_1$ l'aire du triangle ABC et $\mathcal{A}_2$ l'aire du triangle BED. Démontrer que $9\mathcal{A}_2 = 4\mathcal{A}_1$.

2.2 Exercice 2

La figure ci-contre représente un cube $ABCDEFGH$ sur lequel on a posé une pyramide régulière de base $ABCD$ et de hauteur MK. L'arête du cube mesure $6\,cm$.



1. Dans cette question on pose $MK = x$. Calculer x sachant que le volume du cube et de la pyramide réunis est $270\,cm^3$.
2. Dans cette question on donne $MK = 4,5\,cm$.
   (a) Dessiner en vraie grandeur le carré $ABCD$.
   (b) Utiliser la figure précédente pour construire en vraie grandeur le triangle CMA et justifier votre construction.
   (c) Démontrer que $\tan \widehat{MCA} = \dfrac{3}{4}\sqrt{2}$. En déduire la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{MCA}$.

3 Problème

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O,\ I,\ J)$. On choisit le centimètre pour unité sur les deux axes.

1. (a) Placer les points $B(2;4)$ et $D(-4;2)$.
   (b) Donner, par lecture graphique, les coefficients directeurs respectifs des droites (OB) et (OD).
   (c) Démontrer que $OB = OD = 2\sqrt{5}$.

(d) Quelle est la nature du triangle DOB ?

2. On projette orthogonalement B en A sur l'axe des abscisses et en C sur l'axe des ordonnées. De même, E et F sont les projetés orthogonaux de D respectivement sur l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.
   (a) Par lecture graphique, donner les coordonnées de A, C, E et F.
   (b) Déterminer par le calcul une équation de la droite (AF).
   (c) Pourquoi la droite (EC) a-t-elle pour équation $y = x + 4$?
   (d) En déduire que les droites (EC) et (AF) sont perpendiculaires.
3. Les droites (EC) et (AF) se coupent en K.
   (a) Calculer les coordonnées de K.
   (b) Démontrer que K est le milieu de $[DB]$.
   (c) Quelle est la mesure exacte de l'angle $\widehat{CEO}$? Justifier votre réponse.
   (d) En déduire que le triangle EKA est rectangle et isocèle.
4. Démontrer que les points D, E, O, F, K appartiennent à un même cercle dont on précisera les coordonnées du centre et la mesure en centimètres du rayon.
5. On considère la rotation de centre O qui transforme I en J. Quelle est dans cette rotation l'image du rectangle $OABC$? Justifier votre réponse.