

A short abstract

Johannes Kepler

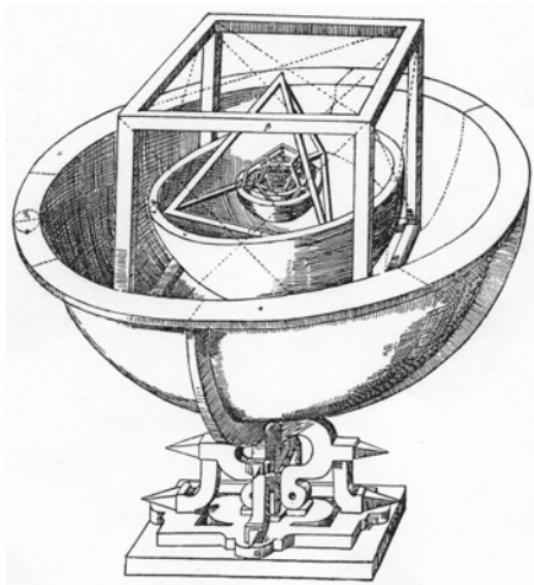


Table of Contents

| | |
|---|-----------|
| 1 Curriculum Vitæ of Johannes Kepler | 3 |
| 2 The symbolic of Kepler's solar system | 5 |
| 3 Kepler's laws | 7 |
| 3.1 Kepler's 1st Law | 7 |
| 3.2 Kepler's 2nd Law | 7 |
| 3.3 Kepler's 3rd Law | 8 |
| 4 Data collected by Manuel Luque (in French) | 10 |
| 4.1 John Banville | 10 |
| 4.2 Jacques Blamont | 12 |

1. Curriculum Vitæ of Johannes Kepler

December 27, 1571 – November 15, 1630

Johannes Kepler was born on December 27, 1571 in Weil (today: Weil der Stadt) as son of Katharina and Heinrich Kepler.

He lived in the epoch of Renaissance till the beginning of the Thirty Years' War. The big change in spiritual subjects, which arised to that time, manifested itself in acrimonious religious wars during the reformation and intellectually for famous explorers to compete for a new true knowledge about the world. Nikolaus Kopernikus (1473-1543) described in his astronomical opus "VON DEN UMDREHUNGEN DER HEMISPHÄREN", which he released short time before he died, that not the Earth, but the Sun is the center of the planet system, hence the Earth would be only a planet among other planets.



Duke Christoph donated a scholarship for talented children for the University of Tübingen. In 1589 Kepler, who received such a scholarship, started to study in the subjects of Theology, Mathematics and Astronomy. In this connection he came to know of Kopernikus' revolving thesis. After attending two convent schools Kepler came into the Tübinger monastery. Due to the fact of his critical intellect not fitting with all the dogmas of the post-lutherian Orthodoxy (amongst others Lord's Supper, geocentric world view), he didn't receive any employment in Württemberg anymore. So he had to go in a foreign country. In Graz he worked from 1594 to 1600 as a mathematician of the province. There he came into his own

which was the astronomy. In 1597 he married Barbara Müller.

With 24, Kepler published his first opus “MYSTERIUM COSMOGRAPHICUM” (THE MYSTERIES OF THE UNIVERSE). In 1600 he moved with his wife to Prague, to become a collaborator of Tycho Brahe. After Brahe’s death in the following year, Kepler became his successor as an astronomer under Emperor Rudolf II. and as an imperial mathematician respectively and continued Brahe’s astronomical work that he has left. In 1605 he realized, that the orbit of Mars is not a circle, but an ellipse. This finding is the base for the Kepler Laws. The first two were released in 1609 in “ASTRONOMIA NOVA” (“NEW ASTRONOMY”). His Third Law Kepler posted in 1619 in the opus “HARMONICES MUNDI” (“HARMONY OF THE WORLD”).

Apart from the astronomy, Kepler contributed significant things in the subject of Optics. In 1611 “DIOPTRICE” (“DIOPTRE”) was published, where he progressed in the theory of lenses of a telescope (with two convex lenses).

After his wife died in 1611 and later his benefactor Rudolf II. as well, he became mathematician of the province in Linz. There he married Susanne Reutinger. He published ”ABRISS DER KOPERNIKANISCHEN ASTRONOMIE” (7 Volumes, 1618-22) and released the ”TABULAE RUDOLPHINAE” (“RUDOLPHINE TABLES”) in 1627. They include till then the most exact tables of the planet movements and for this reason with the appropriate planet positions.

From 1628 he was in attendance on Wallenstein in Ulm and Sagan. He mainly was asking for some exact horoscopes. During that time the astronomy and astrology were strongly connected. At a later date it came out of its shadowy existence. An anecdote tells, that

Kepler really prognosticates Wallenstein's date of death. He was well known for his precise horoscopes, although nowadays one can be doubtfully about that. For sure the astrology just was a means to an end for earning some money for his astronomical research.

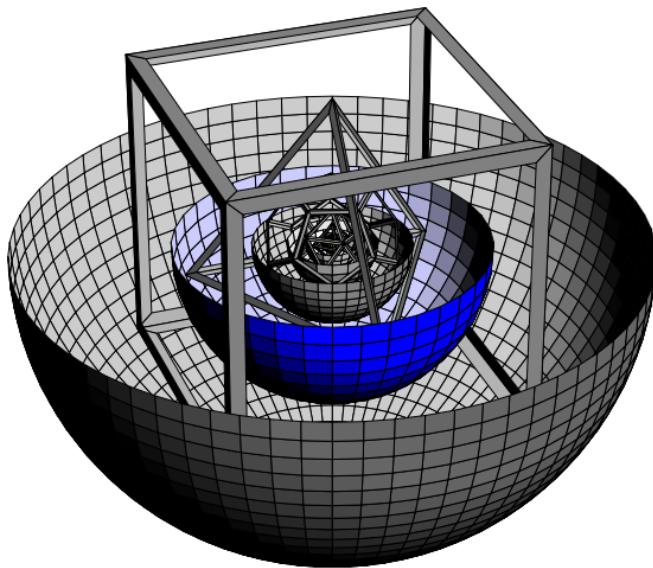
In 1630 Kepler went on a journey to Linz. He fell ill in Regensburg and died on November 15, shortly after his arrival.

2. The symbolic of Kepler's solar system

With his debut feature, he likes to resolve, why God created exactly six and not any more planets. His first idea is to inscribe plain geometrical figures one within one to explain the number of planets. This failed, cause there are too many regular plain geometrical figures, but only five were needed.

Since the system of planets is three dimensional, Kepler exploits finally the **five regular Platonic Solids** for his thought experiment: the *Tetrahedron* , the *Hexahedron*  (Cube), the *Octahedron* , the *Dodecahedron*  and the *Icosahedron* . These regular solids are respectively circumscribed by spheres. The ratio of the radii between inner and outer sphere expresses the ratio of the distances to the sun of adjacent planets. For taking into account the orbit eccentricity, Kepler emanates from a certain thickness of the spheres. The copernican data of distances suggest the following order:

"The Earth[¶] (δ) is the measure for all other orbits. Circumscribe a *Dodecahedron* about it; the sphere stretched around this will be that of Mars[¶] (σ). Let the orbit of Mars be circumscribed by a *Tetrahedron*. The sphere which is described about this will be that of Jupiter (4). Let Jupiter's orbit[¶] be circumscribed by a *Cube*. The sphere described about this will be that of Saturn[¶] (\natural). Now, place a *Icosahedron* in the orbit of the Earth. The sphere inscribed in this will be that of Venus (ϱ). In Venus' orbit[¶] place an *Octahedron*. The sphere inscribed in this will be that of Mercury[¶] (\wp)."



The greek philosopher Plato (about 300 B. C.) described detailed the solids and assigns them to the elements of the *platonic World View*. They were assigned as follows:

In his dialog TIMAIOS Plato illustrates a model of the universe⁹, wherein he combines the regular solids with the four elements Earth (Hexahedron/Cube), Water (Icosahedron), Fire (Tetrahedron) and Air (Octahedron).

Plato associates the Dodecahedron with the *quinta essentia*, the Heavenly Ether. Every of the twelve side faces correspond to one of the twelve constellations.

3. Kepler's laws

3.1. Kepler's 1st Law

During his work in Prague, Kepler manifested his “First Law”. He phrased the following:

“Die Sache liegt daher einfach so: Die Planetenbahn ist kein Kreis; sie geht auf beiden Seiten allmählich herein und dann wieder bis zum Umfang des Kreises im Perigäum [der Punkt der Mondbahn, der der Erde am nächsten liegt] hinaus. Eine solche Bahnform nennt man ein Oval.”

Nowadays it will be expressed:

All planets orbit the sun in elliptical orbits with the sun at one focus.

3.2. Kepler's 2nd Law

His “Second Law” reads like so:

“Unvollkommenes, jedoch für die Sonnen- oder Erdbahn ausreichendes Verfahren zur Berechnung der Gleichungen auf Grund der physikalischen Hypothese. Da ich mir bewußt war, dass es unendlich viele Punkte auf dem Exzenter [außerhalb des Mittelpunktes liegende angebrachte Steuerungsscheibe] und entsprechend unendlich viele Abstände gibt, kam mir der Gedanke, dass in der Fläche des Exzenter alle diese Abstände enthalten seien.”

Nowadays it will be phrased like:

The line connecting a planet to the sun sweeps out equal areas in equal amounts of time. A planet moves faster nearer to the sun. Thus: $A_1 = A_2$.

3.3. Kepler's 3rd Law

Further researches leaded Kepler to his famous third Law of planet's movements, in 1619 published in “HARMONICES MUNDI LIBRI V”.

“Allein es ist ganz sicher und stimmt vollkommen, dass die Proportion, die zwischen den Umlaufzeiten irgendzweier Planeten besteht, genau das Anderthalbe der Proportion der mittleren Abstände, d. h. der Bahnen selber, ist.”

In other words:

The squares of the periods T of the planets are proportional to the cubes of their semi-major axes a .

Brought into a mathematical formula:

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{const.}$$

The Third Law describes the complex relation between period and the distance to the sun.
The following table shows the relation:

- T measured as a multiple of an Earth year.
- a measured as a multiple of the distance Earth–Sun.

| Planet | T | T^2 | a | a^3 |
|---------|--------|---------|-------|---------|
| Mercury | 0,241 | 0,058 | 0,387 | 0,058 |
| Venus | 0,615 | 0,378 | 0,723 | 0,378 |
| Earth | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |
| Mars | 1,881 | 3,538 | 1,524 | 3,540 |
| Jupiter | 11,860 | 140,660 | 5,203 | 140,852 |
| Saturn | 29,460 | 867,892 | 9,539 | 867,978 |

Skizze 

4. Data collected by Manuel Luque (in French)

4.1. John Banville

Dans son livre “Kepler” (1981), John Banville imagine comment l’idée vint à Kepler, pages 42 et 43 de l’édition française, dont une traduction en allemand doit exister:

Peut-être se trompait-il, peut-être l'univers n'avait-il rien d'une construction ordonnée et régie par des lois immuables? Qui sait si Dieu, pareil à ses créatures, ne préfère pas finalement le temporel à l'éternel, l'à-peu près à l'accompli, les clairons pour enfants et les braillements frénétiques du désordre à la musique des sphères? Mais, non, non, en dépit de ces doutes, non: son Dieu était avant tout un Dieu de l'ordre. L'univers répond à des lois géométriques car la géométrie incarne le paradigme terrestre de la pensée divine.

Il travaillait fort tard dans la nuit, et traversait les journées en vacillant, dans un état extatique. L'été vint. Il y avait six mois qu'il n'arrêtait pas et il était tout juste arrivé à la conclusion - si tant est qu'on eût pu parler de conclusion - que ce n'était pas tant des planètes, de leur position et de leur vitesse qu'il devait s'occuper en premier lieu, mais des intervalles entre leurs orbites. S'il ne possédait, pour ces distances, que les estimations de Copernic, lesquelles n'étaient guère plus fiables que celles de Ptolémée, il lui fallait néanmoins présumer, pour son équilibre mental, qu'elles étaient suffisamment précises pour servir ses buts. Maintes et maintes fois, il les combina et les recombina dans l'espoir de débusquer la relation qu'elles cachaient. Pourquoi y avait-il seulement six planètes? Ça, c'était une question. Mais il était plus pertinent de s'interroger sur les distances qui les séparaient. Pourquoi ces distances-là et pas d'autres? Il patienta dans l'attente du bruissement d'ailes. En ce matin de juillet, pourtant semblable à tant d'autres matins, survint l'ange qui lui

apportait la réponse. Johannes était en classe. C'était une journée chaude et radieuse. Une mouche bourdonnait contre la fenêtre haute, un losange lumineux se détachait sur le sol à ses pieds. L'oeil vitreux, ses élèves, pétrifiés d'ennui, le regardaient sans le voir. Occupé à démontrer un théorème d'Euclide - il eut beau, par la suite, s'efforcer de se rappeler lequel, il n'y parvint pas -, il avait dessiné un triangle équilatéral sur le tableau. Il s'empara du lourd compas en bois et, aussitôt, comme toujours, cette monstruosité le piqua. Il porta son pouce blessé à sa bouche, se remit à l'ouvrage et entreprit de tracer deux cercles; le premier, inscrit à l'intérieur du triangle, touchait ses trois côtés, tandis que le second, circonscrit, l'englobait et passait par ses trois sommets. Il recula jusqu'au losange de lumière poudreuse, cilla et, soudain, quelque chose, son coeur peut-être, fit un bond, comme un athlète effectuant une prouesse sur un trampoline; sans raison, il se dit, extatique: je vais vivre éternellement. La proportion entre les deux cercles était identique à celle qui existait entre les orbites de Saturne et de Jupiter, les planètes les plus lointaines, et voilà qu'entre les cercles qui délimitaient cette proportion s'inscrivait cette figure de base qu'était le triangle équilatéral en géométrie. Et si l'on plaçait un carré entre les orbites de Jupiter et de Mars, un pentagone entre Mars et la Terre, et entre la Terre et Vénus un ... Oui. Oh, oui. La figure, le tableau, les murs même de la pièce se fondirent en un liquide chatoyant, et les élèves du jeune professeur Kepler eurent la chance, spectacle rare et gratifiant, de voir leur maître s'éponger les yeux et de l'entendre se moucher bruyamment dans un mouchoir d'un blanc douteux.

4.2. Jacques Blamont

Jacques Blamont dans son livre “*Le chiffre et le songe*” décrit sa “découverte” de la façon suivante:

Or Euclide a montré que dans l'espace à trois dimensions, seuls existent cinq solides (dits pythagoriciens) dont les faces sont identiques le tétraèdre (constitué de quatre triangles), le cube (quatre carrés), l'octaèdre (huit triangles), le dodécaèdre (douze pentagones), l'icosaèdre (vingt triangles). Leur symétrie leur permet d'être inscrits dans une sphère (C'est-à-dire que leurs sommets sont placés sur elle) ou d'être circonscrits à une sphère (c'est-à-dire que leurs côtés sont tangents à elle). Cinq solides, cinq intervalles entre les planètes! Cette coïncidence fournissait la solution immédiate à l'énigme du nombre des planètes et au mystère de leurs distances; les rayons des sphères calculés par Copernic permettaient de disposer les cinq solides entre les sphères dans l'ordre suivant:

Saturne-cube-Jupiter-tétraèdre-Mars-dodécaèdre-Terre-icosaèdre-Vénus-octaèdre-Mercure

Il fallait un peu forcer les nombres, mais dans l'ensemble l'accord était bon, sauf pour Jupiter, “mais personne ne s'en étonnera, vu la grande distance”. Voilà de quoi faire oublier bien des furoncles. Le jeune homme de vingt-trois ans bondit sur sa plume et écrivit un livre qui, en dépit de son erreur centrale, n'en était pas moins un chef-d'œuvre, le *Mysterium cosmographicum*, dont nous connaissons la genèse grâce à sa préface:

“je ne voyais pas encore clairement dans quel ordre il fallait ranger les solides parfaits, et néanmoins je réussis [...] à les ranger si heureusement que plus tard, quand je vérifiai ces dispositions je n'eus rien à y changer. je ne regrettai plus alors le temps perdu; je n'étais plus las de mon travail; je ne reculais devant aucun calcul, si difficile qu'il fût. Jour et nuit

je fis mes calculs pour voir si la proposition que je venais de formuler s'accordait avec les orbites de Copernic ou bien si ma joie serait emportée par le vent [...]. En quelques jours tout fut en place. je vis les solides symétriques s'insérer l'un après l'autre avec tant de précision entre les orbites appropriées [...] que si un paysan demandait à quels crochets les cieux sont fixés pour ne pas tomber, il serait facile de répondre."