

Prisme

Manuel Luque

13 février 2010

Résumé

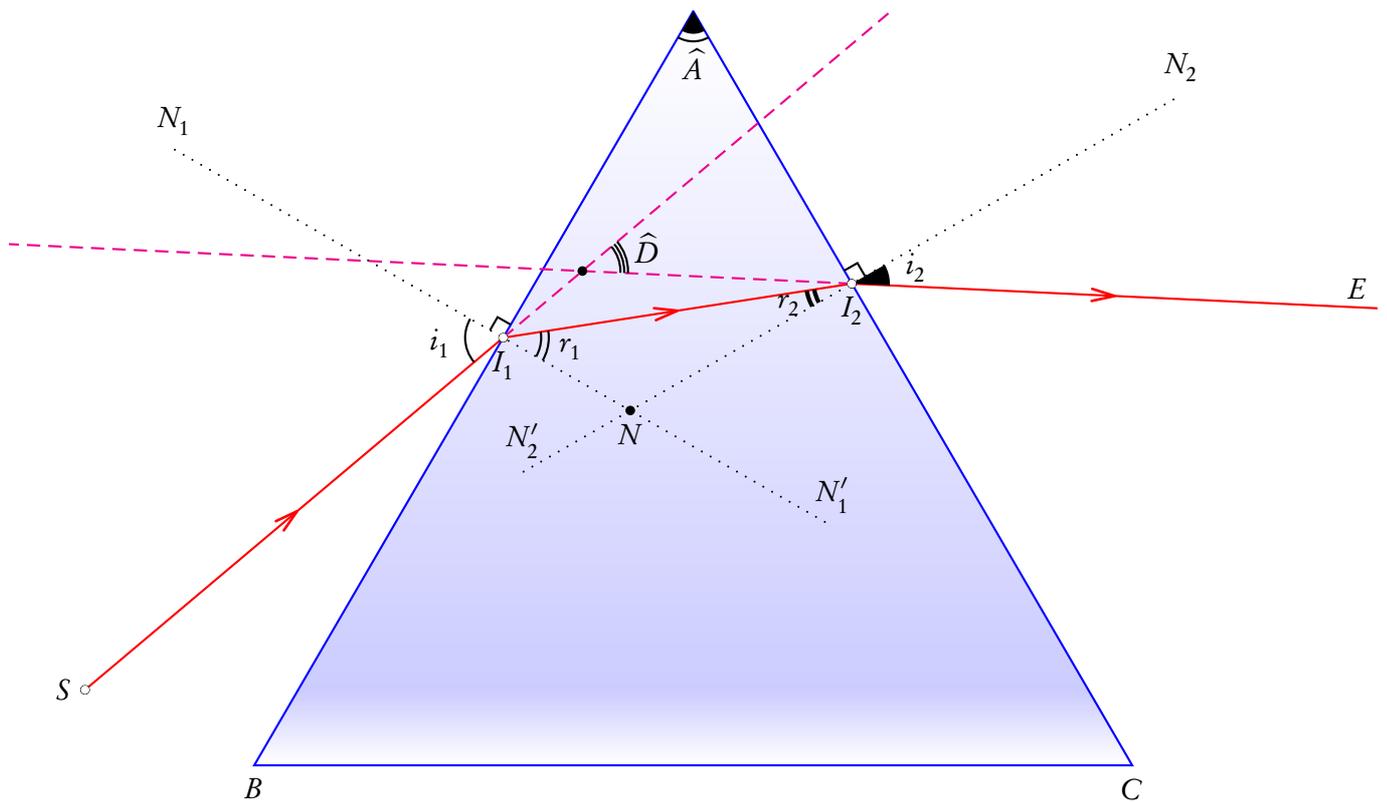
Cet exposé¹ sur le prisme doit beaucoup au livre d'Henri Bouasse : "*Optique élémentaire*" paru en 1917 aux éditions Delagrave. Il faut souligner à la fois, la qualité et la précision des schémas, l'élégance de son écriture mais aussi la rudesse de ses jugements, ainsi que les nombreuses expériences décrites qui enrichissent ce chapitre.

Table des matières

1 Les formules du prisme	2
2 Le minimum de déviation et sa mise en évidence	3
3 Caustique d'un prisme	4
4 Simulation avec PovRay	5
5 Animation à partir d'images obtenues avec PovRay	8

¹Ce document a été rédigé avec L^AT_EX et les dessins réalisés avec le package PSTricks, toutes les sources sont disponibles sur ce site et librement utilisables, elles n'ont pas été optimisées et c'est un travail qui reste à faire...

1 Les formules du prisme



Le prisme (BAC) a pour angle au sommet \widehat{A} , sa section est un triangle isocèle et son indice est n pour la radiation utilisée. S est la source, SI_1 le rayon incident, i_1 l'angle d'incidence, I_1I_2 le rayon réfracté et r_1 l'angle de réfraction. Quelle que soit la valeur de i_1 , il y a toujours un rayon réfracté dans le prisme : $\sin i_1 = n \sin r_1$. L'angle d'incidence sur la seconde face du prisme est r_2 . Si r_2 est plus petit que l'angle limite $\lambda = \arcsin \frac{1}{n}$, le rayon est transmis et l'angle d'émergence i_2 se calcule, encore, par la loi de Descartes : $i_2 = \arcsin(n \sin r_2)$. Si $r_2 > \lambda$ il y a réflexion totale sur cette face.

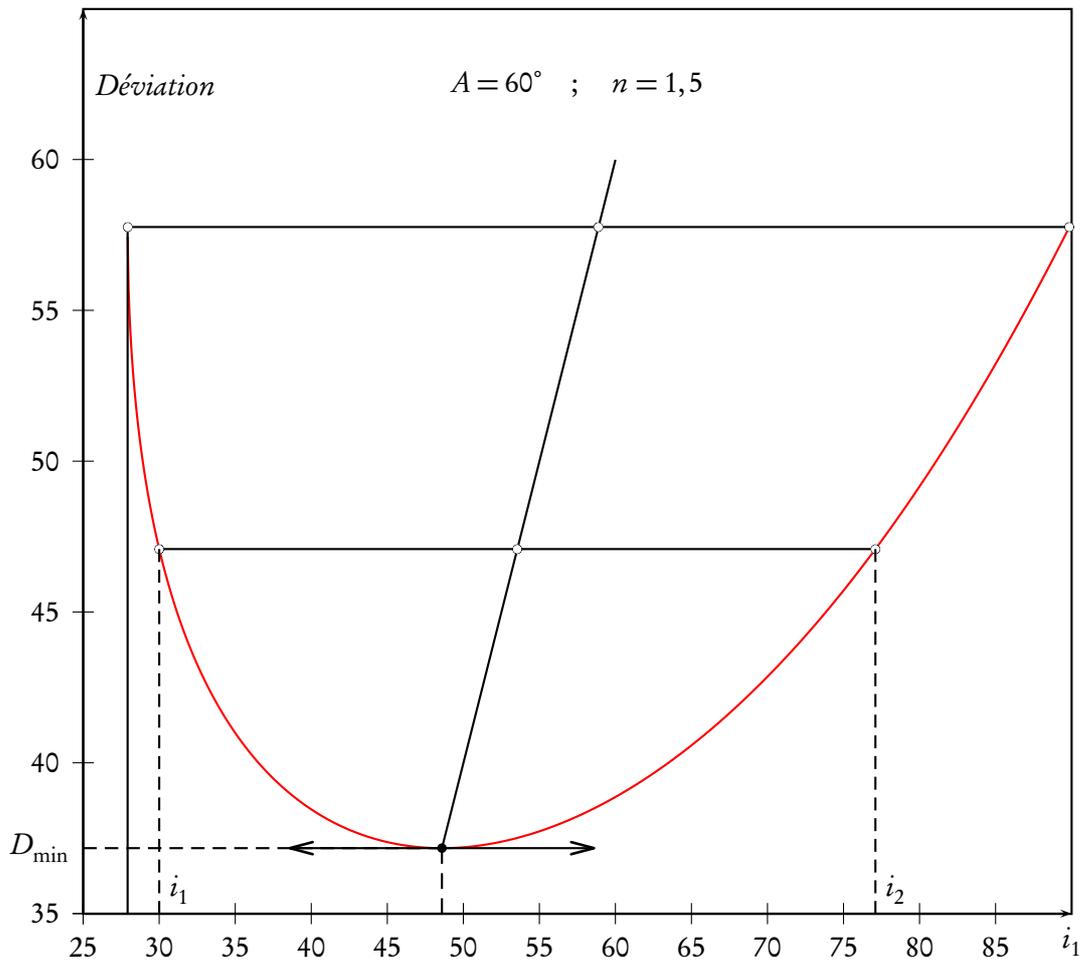
Dans sa traversée du prisme, le rayon incident est dévié vers la base du prisme, on appelle **dévi**ation \widehat{D} l'angle entre le rayon émergent et le rayon incident. Des considérations géométriques simples, permettent d'établir les *formules* suivantes (je rappelle les lois de Descartes utilisées sur chaque face) :

$$\sin i_1 = n \sin r_1 \quad ; \quad n \sin r_2 = \sin i_2$$

$$r_1 + r_2 = A \quad ; \quad D = i_1 + i_2 - A$$

Calculons la plus petite valeur possible de i_1 pour qu'il y ait un rayon émergent.

Si $r_2 = \lambda$ alors $r_1 = A - \lambda$ et $\sin i_{1\min} = n \sin(A - \lambda)$. Pour tracer $D = f(i_1)$, nous ferons varier i_1 dans l'intervalle : $i_{1\min} < i_1 < 90^\circ$.



On obtient une déviation donnée pour deux valeurs de l'incidence, et on remarque avec Henri Bouasse que « la courbe admet une droite comme diamètre des cordes horizontales. On a en effet : »

$$D = 2 \left(\frac{i_1 + i_2}{2} \right) - A = 2x - A$$

2 Le minimum de déviation et sa mise en évidence

Tous les cours d'optique du premier cycle universitaire proposent une démonstration basée sur l'étude de la dérivée $\frac{dD}{di}$, en particulier j'aime bien le cours de José-Philippe Pérez : « *Optique géométrique et ondulatoire* », toutefois restons avec Henri Bouasse dont voici la démonstration :

La déviation redevenant la même pour deux incidences, i_1 et i_2 intervenant symétriquement, le minimum a lieu pour :

$$i_1 = i_2 ; r_1 = r_2 = \frac{A}{2}$$

On a alors :

$$D = 2i_1 - A ; i_1 = \frac{A + D}{2}$$

D'où :

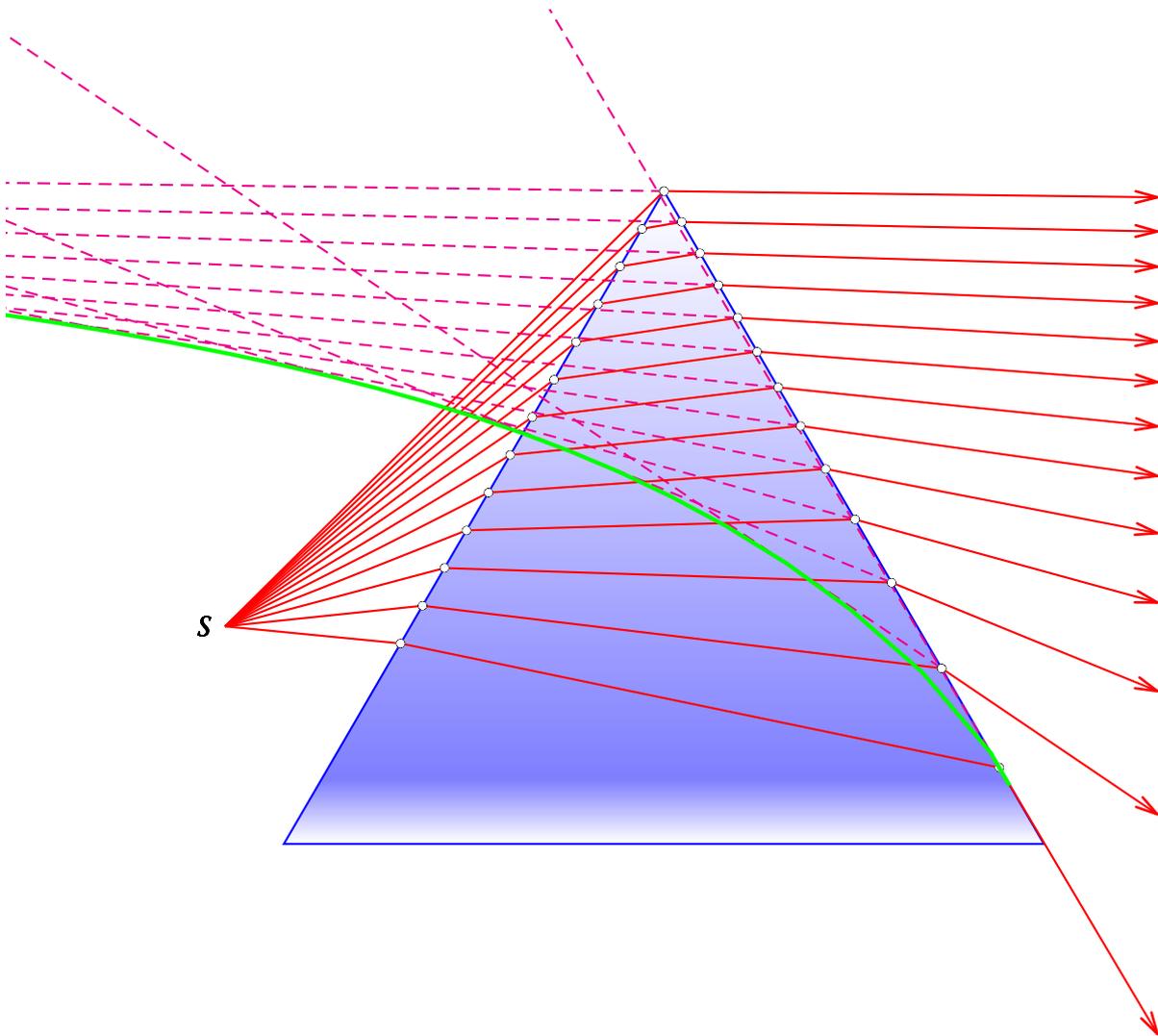
$$\sin \frac{A+D}{2} = n \sin \frac{A}{2}$$

formule qui donne n quand on connaît A et D . On trouve aisément :

$$\sin \frac{D}{2} = \sin \frac{A}{2} \left[n \cos \frac{A}{2} - \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{A}{2}} \right]$$



3 Caustique d'un prisme



Henri Bouasse : *La caustique est tangente à la trace de la face de sortie où le rayon émerge en rasant.*

4 Simulation avec PovRay

La mise au point des simulations avec povray doit énormément à Patrick Fradin² !

```
global_settings {
max_trace_level 10
photons {
count 100000
autostop 0
jitter .4
media 100
}
}
#include "colors.inc"
#include "glass.inc"
camera {
location <2,10,-10>
look_at <0,0.5,0>
```

²Patrick Fradin est l'auteur du logiciel de graphisme scientifique en 2D et 3D : **Texgraph** : <http://texgraph.tuxfamily.org/>

```

}
light_source {<13, 15, -5>
    color White          // Eclairage de la scene
    photons {refraction off reflection off}
    media_interaction off
}
light_source { <0,0.5,-5.9> // Source laser
    color 2.5*<1,0,0>
    cylinder
    radius 0.075
    falloff 0.075
    tightness 0
    point_at <0,0.5,0>
}
#declare P120=2*pi/3; //120 degres, en radians, puisque les fonctions trigo veulent des radians
#declare R = 2.0; //rayon du cercle circonscrit a la base du prisme
prism {
    linear_sweep
    linear_spline
    0,1,4          // de y = 0 a y = 1, le profil ayant 3 points + 1
    <cos(0*P120),sin(0*P120)> *R,
    <cos(1*P120),sin(1*P120)> *R,
    <cos(2*P120),sin(2*P120)> *R,
    <cos(0*P120),sin(0*P120)> *R
    hollow
    texture{T_Glass3}
    interior{ior 1.5 }
photons {
    target
    reflection off
    refraction on
    collect off}
// rotate y*(-clock*30)
    rotate y*(-40)
    translate <R/2,0.2,0>
}
// plateau tournant
union{
cylinder {<R/2,0,0><R/2,0.19,0> R*1.5
    }
cylinder {<1.95*R,0.095,0><2.5*R,0.095,0> R*0.05
    }
    texture {pigment { color White}}
    rotate y*(-40)
// rotate y*(-clock*30)
    }
// ecran
plane{<0,0,-1>, -10 texture {pigment{color White*2}}}

box {<-20,-0.01,-0.1>, < 20,1, 0.1>
    texture {pigment {checker color White, SummerSky scale <2,1,1>}}
    translate <0,0,10>
}

```

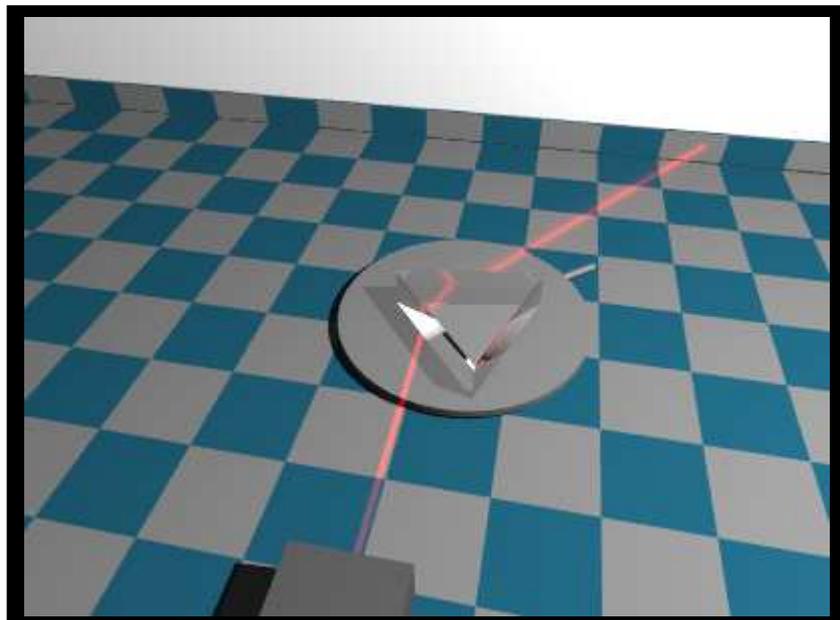
```

//sol
plane { <0,1,0>, -0.1 texture{pigment{checker White, SummerSky scale 2}}}

// boitier Laser
union {
box {<-1,-1,-10>, < 1,1, -6>
    texture {pigment {color Gray70}}
}
sphere {<0,0.5,-6.05> 0.15    texture {pigment {color Red}}
}
}

// boite contenant le media
box {<-10,-0.05,-6>, <10, 1.5, 10> hollow
    texture {pigment {color rgbf 1}}
    interior {
        media {
            scattering {1, Red extinction 0}
            //emission color White*0.075
            method 3
            intervals 1
            samples 20
        }
    }
}
photons {target}
}

```



5 Animation à partir d'images obtenues avec PovRay

