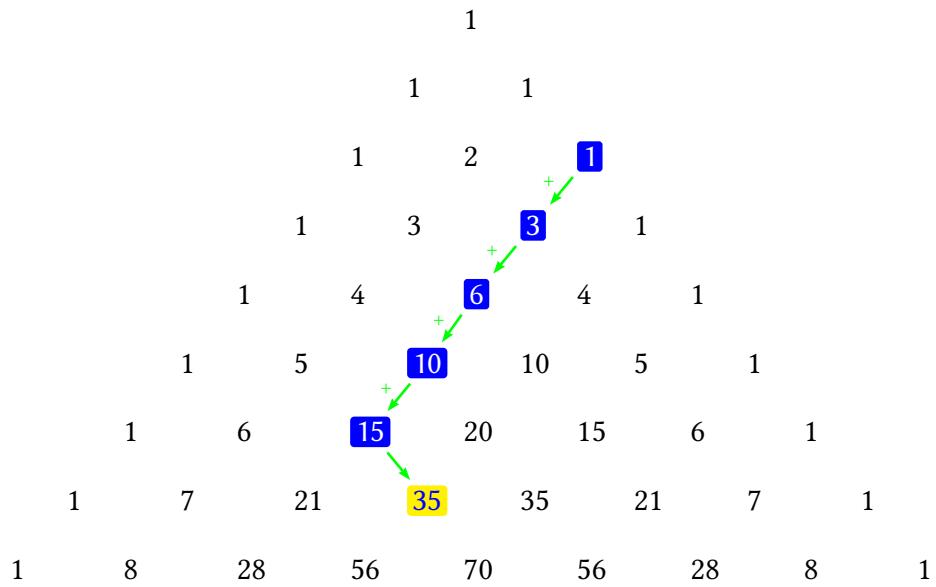


Das Pascalsche Dreieck

Benannt nach Blaise Pascal (19. Juni 1623 in Clermont-Ferrand; † 19. August 1662 in Paris)



Beweise mit Hilfe der vollständigen Induktion die Gleichung

$$\binom{k}{k} + \binom{k+1}{k} + \cdots + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k+1} \quad \text{für } n = k, k+1, k+2, \dots$$

und veranschauliche sie im Pascalschen Dreieck.

Lösung

$$1. \ n = k: \quad \binom{k}{k} = \binom{k+1}{k+1} = 1 \quad \text{OK } \checkmark$$

Es gilt nun schon

$$\begin{aligned} & \binom{k}{k} + \binom{k+1}{k} + \cdots + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k+1} \\ \Rightarrow & \binom{k}{k} + \binom{k+1}{k} + \cdots + \binom{n-1}{k} + \binom{n}{k} = \binom{n}{k+1} + \binom{n}{k} \\ = & \frac{n!}{(k+1)! \cdot (n-k-1)!} + \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \frac{n! \cdot (n-k) + n! \cdot (k+1)}{(k+1)! \cdot (n-k)!} \\ = & \frac{n! \cdot [(n-k) + (k+1)]}{(k+1)! \cdot (n-k)!} = \frac{n! \cdot [n+1]}{(k+1)! \cdot (n-k)!} \\ = & \frac{(n+1)!}{(k+1)! \cdot (n+1-(k+1))!} = \binom{n+1}{k+1} \end{aligned}$$