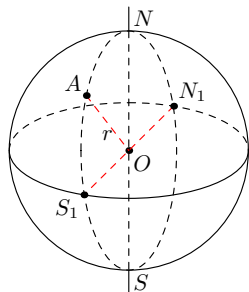


1 Sphère et boule

Définition 1 Soit O est un point de l'espace et r est un nombre positif donné.

- La **sphère** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points de l'espace situés à une distance de O égale à r .
- La **boule** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points de l'espace situés à une distance de O inférieure ou égale à r .
- Un **grand cercle** d'une sphère de centre O et de rayon r est un cercle de centre O et de rayon r .

Exemples

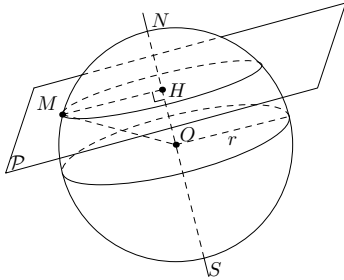


- la sphère de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M de l'espace tels que $OM = r$. Ici, le point A appartient à la sphère de centre O et de rayon r mais le point O non.
- la boule de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M de l'espace tels que $OM \leq r$. Ici, les points A et O appartiennent à la boule de centre O et de rayon r .
- Le cercle de centre O et de rayon OA est un grand cercle ($OA = r$).

Propriété 1 Lorsqu'elle existe, la section d'une sphère par un plan est un cercle.

¹Avec des figures de Raphaël Nivelles.

Exemple



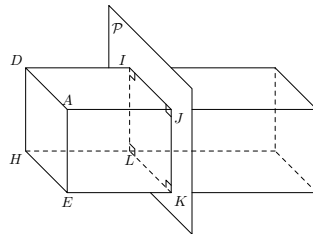
Le plan \mathcal{P} coupe la sphère de centre O et de rayon r : la section obtenue est un cercle de centre H et de rayon MH que l'on calcule à l'aide du théorème de Pythagore.

Propriété 2 Soit r un nombre positif.

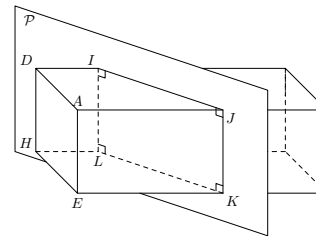
- L'aire d'une sphère de rayon r est $4\pi r^2$.
- Le volume d'une boule de rayon r est $\frac{4}{3}\pi r^3$.

2 Sections de différents solides

Le parallélépipède rectangle

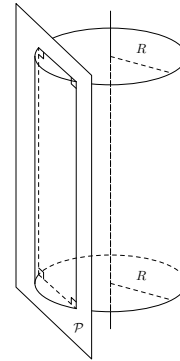
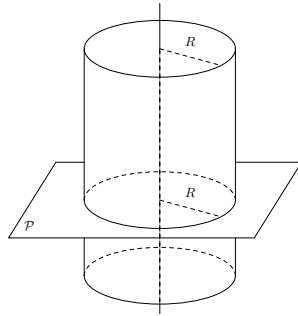


\mathcal{P} est parallèle à la face $ADHE$.



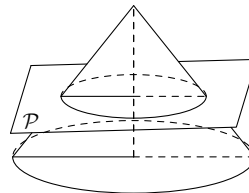
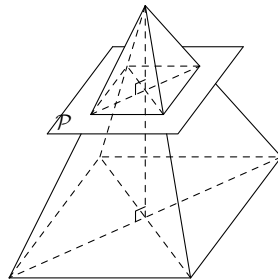
\mathcal{P} est parallèle à l'arête $[AE]$.

Le cylindre de révolution



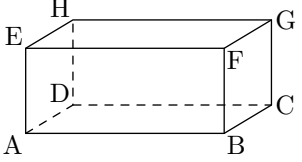
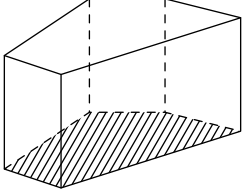
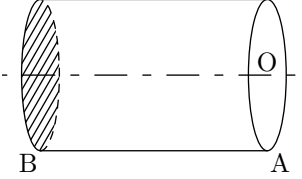
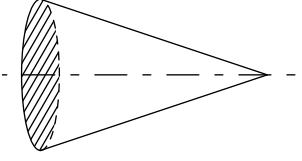
\mathcal{P} est perpendiculaire à l'axe de révolution. \mathcal{P} est parallèle à l'axe de révolution.

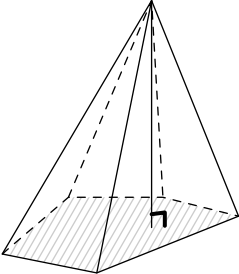
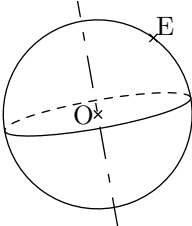
La pyramide et le cône de révolution



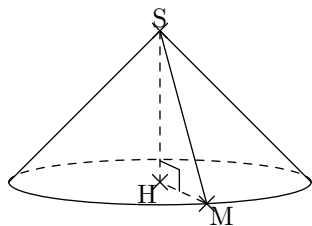
\mathcal{P} est parallèle au plan de base.

3 Volumes des différents solides usuels

Nom du solide	Représentation	Volume
<p>Parallélépipède rectangle – Solide dont toutes les faces sont des rectangles. Le cube en est un cas particulier.</p>		$\mathcal{V} = AB \times AD \times AE$
<p>Prisme – Solide composé de deux <i>bases</i> polygonales parallèles et dont toutes les <i>faces latérales</i> sont des rectangles. \mathcal{A} est l'aire d'une base et h la hauteur du prisme.</p>		$\mathcal{V} = \mathcal{A} \times h$
<p>Cylindre – Solide engendré (c'est-à-dire créé) par la rotation d'un rectangle autour d'un de ses axes de symétrie ou d'un des ses côtés.</p>		$\mathcal{V} = \pi \times OA^2 \times AB$
<p>Cône – Solide engendré par la rotation d'un triangle rectangle autour d'un des côtés de l'angle droit. \mathcal{A} est l'aire de la base et h la hauteur du cône.</p>		$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A} \times h$

Nom du solide	Représentation	Volume
<p>Pyramide – Solide composé d'une <i>base</i> polygonale et dont toutes les <i>faces latérales</i> sont des triangles qui ont un sommet commun S. \mathcal{A} est l'aire de la base et h la hauteur de la pyramide.</p>		$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A} \times h$
<p>Sphère – La sphère de centre O et de rayon r est composée de tous les points de l'espace situés à la même distance r du point O.</p>		$\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times OE^3$

4 Exercices



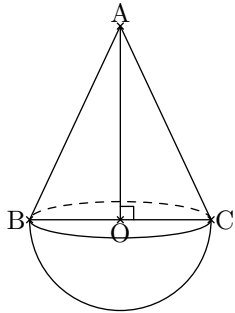
Exercice 1 *L'unité de longueur est le centimètre.*

La figure ci-contre représente un cône de révolution de sommet S , et de base le disque de centre H et de rayon $[HM]$. On donne $HS = 8$ et $HM = 6$.

On coupe ensuite le cône par un plan parallèle à sa base, et passant par le point H' du segment $[SH]$ tel que $HH' = 2$.

Calculer le volume du cône de révolution obtenu, arrondi au cm^3 .

Indication : Il s'agit d'une réduction de coefficient $\frac{SH'}{SH}$.



Exercice 2

L'unité est le centimètre.

Un jouet à la forme d'une demi-boule surmontée d'un cône de révolution de sommet A , comme l'indique la figure ci-dessous. Le segment $[BC]$ est un diamètre de la base du cône ; le point O est le centre de cette base.

On donne : $AB = 7$ et $BC = 6$.

1. Calculer la longueur AO .
2. Calculer le volume, arrondi au cm^3 près, de ce jouet.

1. On applique le théorème de Pythagore dans le triangle AOB rectangle en O . On obtient $AO = \sqrt{40} \text{ cm}$ ou encore $AO = 2\sqrt{10} \text{ cm}$.

2.

$$V_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \times \pi \times OB^2 \times OA$$

$$V_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 2\sqrt{10}$$

$$V_{\text{cône}} = 6\pi\sqrt{10} \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{demi-boule}} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times OB^3$$

$$V_{\text{demi-boule}} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3$$

$$V_{\text{demi-boule}} = 18\pi \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{jouet}} = V_{\text{cône}} + V_{\text{demi-boule}}$$

$$V_{\text{jouet}} = 6\pi\sqrt{10} + 18\pi$$

$$V_{\text{jouet}} = 6\pi(\sqrt{10} + 3) \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{jouet}} \approx 116 \text{ cm}^3$$