Devoir Surveillé de Mathématiques n°1 **301DS1a**

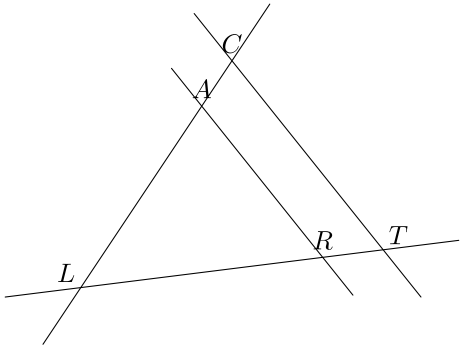
Exercice 1 1

1. On donne $A = \dfrac{7}{6} + \dfrac{11}{3} \times \dfrac{5}{4}$.
   Calcule A et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.
2. Soit $B = \dfrac{3 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-2}}{8 \times 10^4}$.
   Donne l'écriture décimale puis l'écriture scientifique de B.

Exercice 2 2 Soit l'expression $C = (3x-1)^2 - 4x(3x-1)$.

1. Développe et réduis C.
2. Calcule C pour $x = 0$ et $x = \dfrac{1}{3}$.

Exercice 3 3



Sur la figure ci-contre :
- les droites (AR) et (CT) sont parallèles ;
- les points E, L, R, T sont alignés ;
- les points C, A, L, B sont alignés ;
- on donne $LC = 6\,cm$, $LT = 9\,cm$, $LA = 4,8\,cm$, $LB = 2\,cm$, $LE = 3\,cm$.

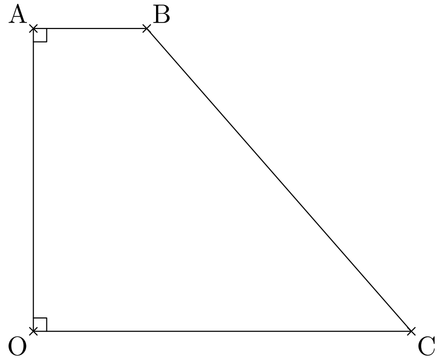
Calcule la longueur LR.

Exercice 4 4 *On complètera la figure au fur et à mesure de l'exercice.*

1. (a) Construis un demi-cercle de centre O et de diamètre $[AB]$ avec $AB = 6\,cm$.
   Place sur ce cercle un point C tel que $BC = 3,6\,cm$.
   (b) Quelle est la nature du triangle ACB ? Justifie la réponse.
   (c) Démontre que la longueur AC est égale à $4,8\,cm$.
2. (a) Construis, à l'extérieur du demi-cercle, le triangle ACM tel que $CM = 6,4\,cm$ et
   $MA = 8\,cm$.
   (b) Démontre que le triangle ACM est rectangle.
   (c) Calcule la valeur arrondie au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{CAM}$.
   (d) Soit S le point du segment $[MA]$ tel que $AS = 2\,cm$. La perpendiculaire à la droite (AC) passant par S coupe la droite (AC) en R.
   Calcule la longueur RS.
   (e) La hauteur issue de C coupe le segment $[MA]$ en K.
   Montre que $LK = 3,84\,cm$.

Devoir Surveillé de Mathématiques n°2 **301DS2a**

Exercice 5 1



La figure ci-contre représente le trapèze rectangle $OABC$ avec $OA = 6\,cm$, $AB = 3\,cm$ et $OC = 12\,cm$.

1. Reproduis la figure en vraie grandeur.
2. Sur le segment $[OC]$, on place le point E tel que $CE = 3\,cm$, et par E, on trace la parallèle à la droite (OA) qui coupe la diagonale $[AC]$ en M.
   Calcule la longueur ME.
3. Par M, on trace la parallèle à la droite (AB) qui coupe la droite (BC) en F.
   (a) Démontre que $\dfrac{CF}{CB} = \dfrac{CM}{CA}$.
   (b) Déduis-en le parallélisme des droites (OB) et (EF).

Exercice 6 2

1. Construis un triangle RST rectangle en S tel que $RS = 4,5\,cm$ et $RT = 7,5\,cm$. On laissera les traits de construction.
2. Calcule la longueur ST.
3. Le cercle de centre R et de rayon RS coupe le segment $[RT]$ en K. La parallèle à la droite (RS) passant par K coupe le segment $[TS]$ en L.
   Calcule la longueur KL.
4. Calcule l'angle $\widehat{LTK}$.

Exercice 7 3

1. Ecris A sous forme fractionnaire la plus simple $A = \dfrac{2}{3} - \dfrac{5}{3} \times \left(1 - \dfrac{1}{5}\right)$.
2. Calcule l'expression $F = 3 \times 10^{-4} \times 7 \times 10^6 \times 1,25$ en indiquant les étapes. On donnera les écritures décimale et scientifique du résultat.
3. Résous l'inéquation : $3 - 4x > 2x - 1$. Représente l'ensemble des solutions sur une droite graduée.

Exercice 8 4 Au cinéma Rex, le prix d'un billet est de 42 francs (6,4€) pour un adulte et 34 francs (5,18€) pour un étudiant. 11 personnes assistent à la projection et paient 430 francs (65,55€).
Combien y a-t-il d'étudiants à cette séance ?

Exercice 9 5 On donne $E = (4x-1)(x+5) - (4x-1)^2$

1. Développe et réduis l'expression E.
2. Calcule la valeur de E pour $x = \dfrac{1}{4}$ et pour $x = 0$.

Exercice 10 1

1. Calculer A et B, en donnant les résultats sous la forme de fractions les plus simples possibles :

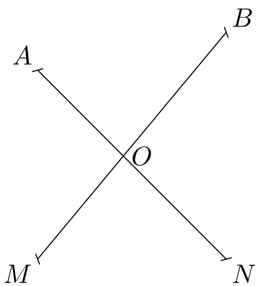
$$A = 9 \times \frac{3}{2} - 10 \qquad B = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{2}\right)$$

2. On considère l'expression $C = (2x-5)^2 - (2x-5)(3x-7)$.
   (a) Développer et réduire C.
   (b) Factoriser l'expression C.
   (c) Calculer les valeurs de l'expression C pour $x = \frac{5}{2}$ et pour $x = 0$.

Exercice 11 2 On considère l'inéquation $4x + 7 > 2 - 3x$.

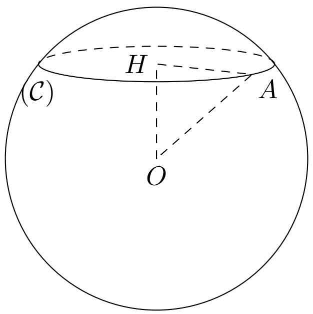
1. (a) Le nombre 0 est-il solution de cette inéquation ? Justifier la réponse.
   (b) Le nombre (-1) est-il solution de cette inéquation ? Justifier la réponse.
2. Résoudre l'inéquation $4x + 7 > 2 - 3x$ et représenter ses solutions sur une droite graduée.

Exercice 12 3



$[AN]$ et $[BM]$ sont deux segments qui se coupent en O comme sur la figure ci-contre et qui vérifient $AN = 6\,cm$, $OA = 1,5\,cm$, $BO = 2,5\,cm$, $BM = 10\,cm$.
Attention, cette figure n'a pas été réalisée en vraie grandeur.
Montrer que les droites (AB) et (MN) sont parallèles ; vous justifierez votre réponse en citant avec précision le théorème que vous utilisez.

Exercice 13 4



Sur le dessin ci-contre, la sphère a pour centre O. Un plan coupe cette sphère selon un cercle $(\mathcal{C})$ de centre H et de rayon $4,5\,cm$.

1. Sachant que $HO = 2,2\,cm$, dessiner le triangle rectangle OHA en vraie grandeur.
2. Calculer le rayon de la sphère à $1\,mm$ près.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{HOA}$. On donnera une valeur arrondie à 1 degré près.

Exercice 14 5 On considère trois récipients notés $\mathcal{S}_1$, $\mathcal{S}_2$ et $\mathcal{S}_3$.
Le premier, $\mathcal{S}_1$, est une sphère de rayon $5\,cm$.
Le second, $\mathcal{S}_2$, est un cylindre dont la base a un rayon égal à $5\,cm$ et dont la hauteur mesure $7\,cm$.
Le troisième, $\mathcal{S}_3$, est un cône de révolution dont la base a un rayon égal à $5\,cm$ et dont la hauteur mesure $15\,cm$.

1. Quel récipient possède le plus grand volume ? le plus petit volume ? Justifier votre réponse.
2. Quelle est la hauteur h du cylindre $\mathcal{S}_4$, dont la base a pour rayon $5\,cm$ sachant que $\mathcal{S}_4$ possède un volume double de celui de $\mathcal{S}_1$?

Devoir Surveillé de Mathématiques n°4 **301DS4a**

Exercice 15 1 Soit les nombres

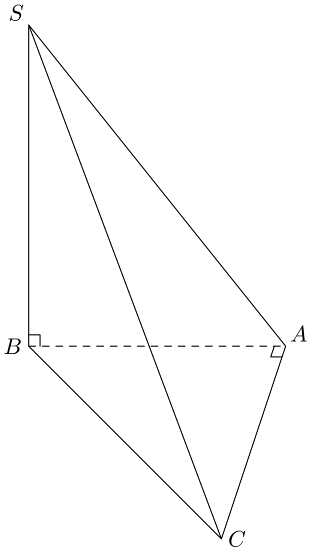
$$A = \frac{7}{12} \times \frac{2}{7} - \left(\frac{5}{3} - 1\right)^2 \qquad B = \frac{3 \times 10^2 \times 7 \times 10^6}{12 \times (10^3)^3} \qquad C = 2\sqrt{80} + 2\sqrt{125} - 7\sqrt{45}$$

1. Ecris A sous la forme d'une fraction la plus simple possible.
2. Donne l'écriture décimale et l'écriture scientifique de B.
3. Ecris C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et b un entier le plus petit possible.

Exercice 16 2 Soit l'expression $F = (3x - 8)(x + 1) - 9x^2 + 64$.

1. Développe et réduis l'expression F.
2. Factorise l'expression $9x^2 - 64$.
3. Factorise l'expression F.
4. Résous l'équation $(= 0$.

Exercice 17 3



On considère une pyramide de hauteur $SB = 7\,cm$ et dont la base est un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 3\,cm$ et $AC = 4\,cm$.

1. Construis un patron de cette pyramide.
2. Calcule le volume de cette pyramide.
3. On coupe la pyramide par un plan parallèle à la base : on obtient les points B' sur l'arête $[SB]$, A' sur $[SA]$ et C' sur $[SC]$ tels que $\dfrac{SB'}{SB} = \dfrac{3}{7}$.
   (a) Quelle est la nature du triangle $A'B'C'$? Justifie.
   (b) Calcule le volume de la pyramide $SA'B'C'$. On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au mm^3.

Exercice 18 4 On considère un cercle de diamètre $[AB]$. Soit C un point de ce cercle et D le symétrique de A par rapport à C. La parallèle à la droite (BC) passant par le point D coupe la droite (AB) en E.

1. Réalise une figure.
2. Quelle est la nature du triangle ABC ?
3. Démontre que B est le milieu du segment $[AE]$.
4. Quelle est le centre du cercle circonscrit au triangle ADE ?
5. Exprime l'aire $\mathcal{A}'$ du disque de diamètre $[AE]$ en fonction de l'aire $\mathcal{A}$ du disque de diamètre $[AB]$.

Devoir Surveillé de Mathématiques n°5 **301DS5a**

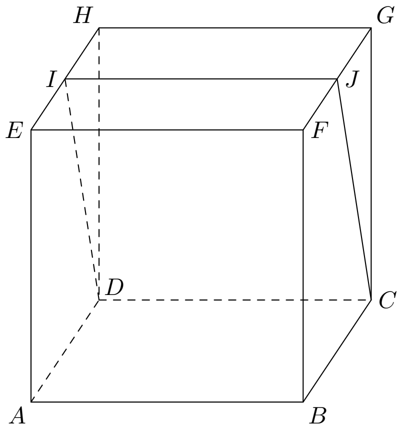
Exercice 19 1 On donne $C = \sqrt{18} \times \sqrt{6}$ et $D = 5\sqrt{12} + 6\sqrt{3} - \sqrt{300}$
Ecris C et D sous la forme $a\sqrt{3}$, où a est un entier.

Exercice 20 2 On donne l'expression $E = 4x^2 - 9 + (2x + 3)(x - 1)$.

1. Factorise $4x^2 - 9$. Utilise alors ce résultat pour factoriser l'expression E.
2. Développe et réduis l'expression E.
3. Résous l'équation $(2x + 3)(3x - 4) = 0$.

Exercice 21 3

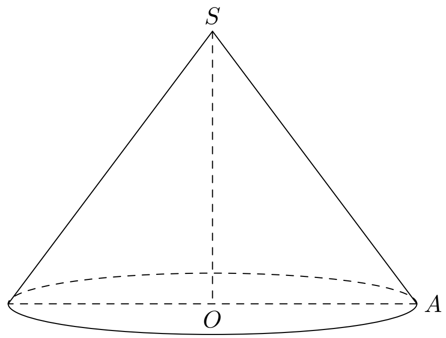
1. Résous l'inéquation $3x - 2 \geq x - 4$.
2. Représente graphiquement, sur une droite graduée, les solutions de cette inéquation (hachure la partie qui ne convient pas).



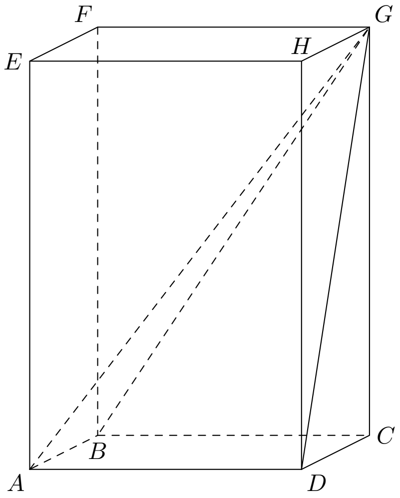
Exercice 22 4 On considère la figure ci-contre. $ABCDEFGH$ est un cube de $5\,cm$ d'arête.
Le point I est le milieu du segment $[EH]$.
Le point J est le milieu du segment $[FG]$.
Trace en vraie grandeur :

1. Le triangle GJC.
2. Le quadrilatère $CDIJ$.

Exercice 23 5 Le cône de révolution ci-contre de sommet S a une hauteur SO de $9\,cm$ et un rayon de base OA de $5\,cm$.



1. Calcule le volume $\mathcal{V}_1$ de ce cône. On donnera la valeur exacte et la valeur arrondie à $1\,cm^3$ près.
2. Soit M le point du segment $[SO]$ tel que $SM = 3\,cm$.
   On coupe le cône par un plan parallèle à la base passant par M.
   Calcule le volume $\mathcal{V}_2$ du petit cône de sommet S ainsi obtenu. On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au cm^3 près.



Exercice 24 6 $ABCDEFGH$ est un pavé droit à base carrée. On donne $AD = 3\,cm$ et $CG = 4\,cm$.

1. Calcule le volume en cm^3 de la pyramide de base $ABCD$ et de hauteur CG.
2. Calcule la longueur DG.
3. On admet que le triangle ADG est rectangle en D.
   (a) Calcule la valeur exacte de la longueur AG, puis donne la valeur arrondie au millimètre.
   (b) Calcule la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{AGD}$.

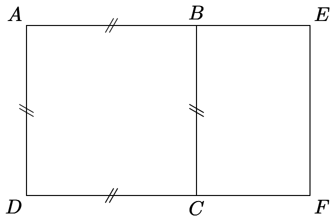
Exercice 25 1 Marc a 108 billes rouges et 135 billes noires. Il veut faire des paquets de sorte que :
- tous les paquets contiennent le même nombre de billes rouges ;
- tous les paquets contiennent le même nombre de billes noires ;
- toutes les billes rouges et toutes les billes noires soient utilisées.

1. Quel est le nombre maximal de paquets qu'il pourra réaliser ?
2. Combien y aura-t-il alors de billes rouges et de billes noires dans chaque paquet ?

Exercice 26 2 On donne l'expression $A = (2x + 1)^2 - (x - 5)(2x + 1)$.

1. Développe et réduis l'expression A.
2. Factorise l'expression A.
3. Résous l'équation $(2x + 1)(x + 6) = 0$.

Exercice 27 3

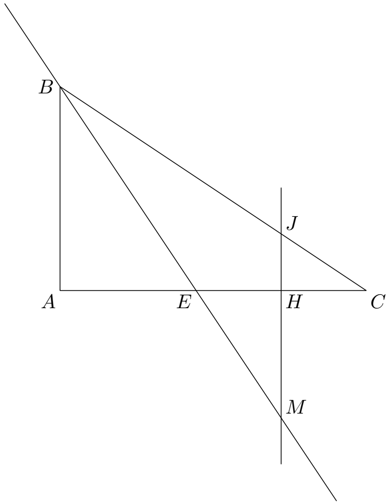


L'unité de longueur est le centimètre.
Calcule la valeur exacte de l'aire du carré $ABCD$ et de l'aire du rectangle $AEFD$ ci-dessous sachant que $AB = \sqrt{13} - 1$ et $BE = 2$.

Exercice 28 4 *Pour chaque question, on indiquera les différentes étapes du calcul.*

1. Calcule A et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible : $A = \dfrac{7}{15} - \dfrac{2}{15} \times \dfrac{25}{14}$.
2. Ecris B sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux nombres entiers et b aussi petit que possible : $B = \sqrt{175} + 3\sqrt{28} - \sqrt{112}$.
3. Donne l'écriture décimale et scientifique de $C = \dfrac{4,9 \times 10^{-3} \times 1,2 \times 10^{13}}{14 \times 10^2 \times 3 \times 10^5}$.

Exercice 29 5

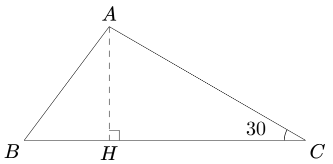


Soit un triangle ABC tel que $AB = 6\,cm$, $AC = 9\,cm$ et $BC = \sqrt{117}\,cm$.

Sur le dessin ci-contre, les dimensions ne sont pas respectées.

1. Quelle est la nature du triangle ABC ?
2. Le point E est le point du segment $[AC]$ tel que $AE = 4\,cm$. La médiatrice du segment $[EC]$ coupe le segment $[EC]$ en H, le segment $[BC]$ en J et la droite (BE) en M.
   (a) Prouve que :
   – les droites (JH) et (AB) sont parallèles ;
   – le segment $[HC]$ mesure $2,5\,cm$.
   (b) Calcule la valeur exacte de la longueur JH.
   (c) Calcule la longueur HM.

Exercice 30 6



Dans le triangle ABC de hauteur $[AH]$ représenté ci-contre, on donne :

$AC = 4\,cm$ $\quad BH = 1,5\,cm$ $\quad \widehat{ACB} = 30°$

1. Calcule la valeur exacte de la longueur AH.
2. Déduis-en la valeur arrondie à un degré près de la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

Exercice 31 7 *Dans cet exercice, l'unité de mesure est le centimètre.*

Soit O un point quelconque du plan.

1. Trace le cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de rayon $r = 6$, et un diamètre $[BC]$ de ce cercle. Soit A un point de ce cercle tel que $AB = 2$.
   Quelle est la nature du triangle ABC ?
2. Soit E le point du segment $[AB]$ tel que $AE = \frac{2}{3}AB$, et F le point du segment $[CF]$ tel que $CF = \frac{1}{3}CA$.
   Démontre que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.
3. **(Facultatif)** Calcule la longueur EF.
4. **(Facultatif)** Soit D le symétrique du point A par rapport au point O. Quelle est la nature du quadrilatère $ACDB$?

Devoir Surveillé de Mathématiques n°7 **301DS7a**

Exercice 32 1 On considère les nombres

$$E = \frac{3}{5} - \frac{1}{5} \times \left(\frac{5}{2} + 2\right) \qquad F = \frac{3 \times 10^2 \times 1,2 \times 10^{-5}}{15 \times 10^2} \qquad G = \sqrt{63} - 2\sqrt{28} + \sqrt{700}$$

1. Calcule E et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Donne l'écriture scientifique du nombre F.
3. Ecris l'expression G sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b deux nombres entiers, b le plus petit possible.

Exercice 33 2

1. Donne l'égalité traduisant la division euclidienne de 1 512 par 21.
2. Rends irréductible la fraction $\frac{720}{1\,512}$.

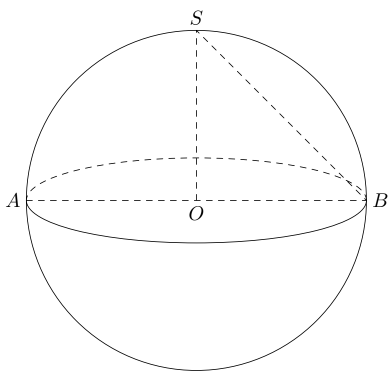
Exercice 34 3 On considère l'expression $T = (2x-1)^2 - (2x-1)(x+5)$.

1. Prouve que l'expression T peut s'écrire $T = 2x^2 - 13x + 6$.
2. En utilisant l'expression de la question précédente, calcule T pour $x = \frac{1}{3}$ et $x = \sqrt{2}+1$.
   On donnera les résultats sous la forme la plus simple.
3. Factorise l'expression T, puis détermine les valeurs de x pour lesquelles l'expression T est égale à 0.

Exercice 35 4

1. Trace le triangle ABC tel que $BC = 4\,cm$; $AB = 3\,cm$ et $AC = 2\,cm$ (on appelle cette figure $\mathcal{F}_1$).
2. Construis l'image de $\mathcal{F}_1$ par la symétrie d'axe (AB) (on l'appelle $\mathcal{F}_2$).
3. Construis l'image de $\mathcal{F}_1$ par la symétrie de centre B (on l'appelle $\mathcal{F}_3$).
4. Construis l'image de $\mathcal{F}_1$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ (on l'appelle $\mathcal{F}_4$).

Exercice 36 5 Une lampe a la forme d'une boule de centre O et de rayon $30\,cm$. Le segment $[AB]$ est un diamètre et le segment $[SO]$ est un rayon (voir figure ci-dessous).



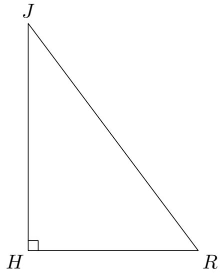
Rappel :

Volume d'une boule : $\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi R^3$

(R : rayon de la boule)

1. Calcule le volume de la boule. Donne la valeur exacte et la valeur arrondie au cm^3.
2. On donne $SB = 30\sqrt{2}$. Montre que la droite (SO) est perpendiculaire à la droite (AB).

Exercice 37 6



L'unité de longueur est le mètre.
Le dessin n'est pas à l'échelle.

1. Roméo (R) veut rejoindre Juliette (J) à sa fenêtre. Pour cela, il place une échelle $[JR]$. Le mur et le sol sont perpendiculaires.
   On donne $HR = 3$ et $JH = 4$.
   (a) Calcule la longueur JR.
   (b) Calcule $\cos \widehat{HJR}$ puis la valeur de l'angle $\widehat{HJR}$ arrondie au degré.
2. L'échelle glisse.
   On donne $JR = 5$ et $\widehat{HJR} = 40°$.
   (a) Calcule la longueur HR (donne la valeur arrondie au dixième).
   (b) Ecris l'expression de $\tan \widehat{HJR}$ puis calcule la longueur JH (donne la valeur arrondie au dixième).