Exercice 1 (…/4 points) Total élève : …

1. (a) …/1,5
   (b) …/0,5
2. (a) …/1,5
   (b) …/0,5

1. On considère l'expression $D = (2x-3)^2 + (2x-3)(5x+1)$.
   (a) Développer et réduire l'expression D.
   (b) Calculer la valeur de l'expression D lorsque $x = 2$.
2. On considère l'expression $E = (x+1)^2 - (3x-2)(3x+2)$.
   (a) Développer et réduire l'expression E.
   (b) Calculer la valeur de l'expression E lorsque $x = 1$.

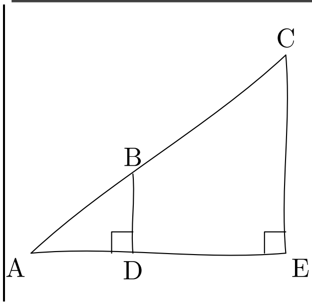
Exercice 2 (…/3,5 points) Total élève : …

1. …/1,5
2. …/2

1. On donne
$$A = \frac{1}{3} + \frac{14}{3} \div \frac{35}{12}$$
Calculer le nombre A et donner le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.
2. On donne $B = 81 \times 10^{-5} \times 14 \times \left(10^2\right)^3$.
Calculer le nombre B et donner son écriture scientifique.

Exercice 3 (…/3,5 points) Total élève : …

1. …/1,5
2. …/2

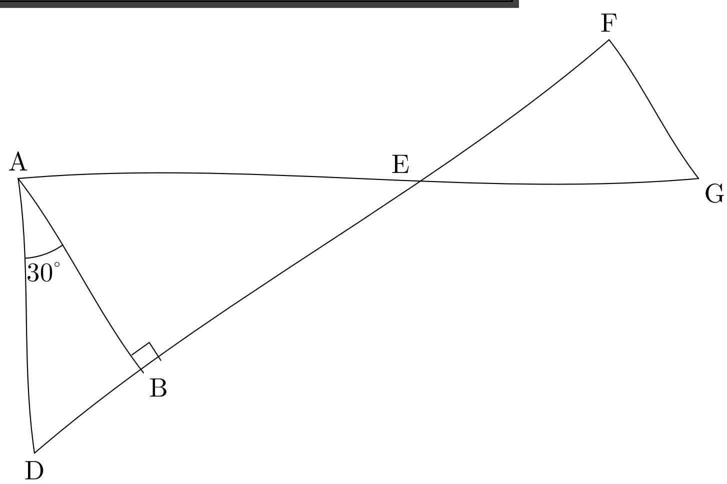


La figure ci-contre, dessinée à main levée, ne respecte pas les longueurs. L'unité de longueur est le centimètre.
Les points A, B et C sont alignés ainsi que les points A, D et E. Les droites (BD) et (CE) sont perpendiculaires à la droite (AE). $AB = 2,5$, $BD = 1,5$, $CE = 4,5$.

1. Calculer AD. Justifier.
2. Calculer les longueurs AC et AE. Justifier.

Exercice 4 (…/7 points) Total élève : …

1. …/1,5
2. …/0,5
3. …/2
4. …/1
5. …/1
6. …/1



La figure ci-dessus, dessinée à main levée, ne respecte pas les longueurs.
On donne $EF = 4\,cm$; $FG = 3\,cm$; $EG = 5\,cm$; $AE = 7\,cm$; $\widehat{DAB} = 30^\circ$; les points A, E et G sont alignés ; les points D, E et F sont alignés ; la droite (AB) est la hauteur issue de A dans le triangle AED.

1. Démontrer que le triangle EFG est un triangle rectangle.
2. En déduire que les droites (FG) et (AB) sont parallèles.
3. Démontrer que $EB = 5,6\,cm$ et $AB = 4,2\,cm$.
4. Construire aux insruments et en vraie grandeur la figure.
5. Montrer par la calcul que $DB \approx 2,4\,cm$.
6. Calculer l'aire du triangle AED à $1\,cm^2$ près.

Exercice 1

$D = \boxed{(2x-3)^2} + (2x-3)(5x+1)$

$D = \boxed{(2x)^2 - 2\times 2x \times 3 + 3^2} + (2x\times 5x + 2x\times 1 - 3\times 5x - 3\times 1)$

$(a-b)^2 = a^2 - 2\times a\times b + b^2$

1. (a) $D = 4x^2 - 12x + 9 + (10x^2 + 2x - 15x - 3)$

$D = 4x^2 - 12x + 9 + (10x^2 - 13x - 3)$

$D = 4x^2 - 12x + 9 + 10x^2 - 13x - 3$

On peut supprimer une parenthèse précédée d'un signe + sans changer les signes de l'expression à l'intérieur de la parenthèse.

$D = 14x^2 - 25x + 6$

(b)

$D = 14x^2 - 25x + 6$

$D = 14\times 2^2 - 25\times 2 + 6$

$D = 14\times 4 - 50 + 6$

On utilise la forme développée.

On respecte les règles de priorités de calculs.

$D = 56 - 50 + 6$

$D = 12$

$E = \boxed{(x+1)^2} - \boxed{(3x-2)(3x+2)}$

$E = \boxed{x^2 + 2\times x\times 1 + 1^2} - \boxed{((3x)^2 - 2^2)}$

$(a+b)^2 = a^2 + 2\times a\times b + b^2$ et $(a-b)\times(a+b) = a^2 - b^2$

$(3x)^2 = 3x\times 3x = 3\times 3\times x\times x = 9x^2$

2. (a) $E = x^2 + 2x + 1 - (9x^2 - 4)$

$E = x^2 + 2x + 1 - 9x^2 + 4$

On peut supprimer une parenthèse précédée d'un signe − en changeant TOUS les signes de l'expression à l'intérieur de la parenthèse.

$E = -8x^2 + 2x + 5$

(b)

$E = -8x^2 + 2x + 5$

$E = -8\times 1^2 + 2\times 1 + 5$

$E = -8\times 1 + 2 + 5$

On utilise la forme développée.

On respecte les règles de priorités de calculs.

$E = -8 + 2 + 5$

$E = -1$

Exercice 2

1.

$A = \dfrac{1}{3} + \dfrac{14}{3} \div \dfrac{35}{12}$

$A = \dfrac{1}{3} + \dfrac{14}{3} \times \dfrac{12}{35}$

On respecte les règles de priorités de calculs : diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse.

$A = \dfrac{1}{3} + \dfrac{14\times 12}{3\times 35}$

$A = \dfrac{1}{3} + \dfrac{2\times 7\times 3\times 4}{3\times 7\times 5}$

$A = \dfrac{1}{3} + \dfrac{8}{5}$

$A = \dfrac{5}{15} + \dfrac{24}{15}$

$A = \dfrac{29}{15}$

Pour additionner 2 fractions, on doit réduire au même dénominateur.

Comme elles ont le même dénominateur, on peut ajouter les numérateurs et garder le dénominateur.

2.

$B = 81\times 10^{-5}\times 14\times \left(10^2\right)^3$

$B = 81\times 14\times 10^{-5}\times 10^{2\times 3}$

$\left(10^a\right)^b = 10^{a\times b}$

$B = 1\,124\times 10^{-5}\times 10^6$

$B = 1\,124\times 10^{-5+6}$

$10^a \times 10^b = 10^{a+b}$

$B = 1\,124\times 10^1$

$B = 11\,240$

$B = 1,124\times 10^4$

L'écriture scientifique d'un nombre décimal est la seule écriture de ce nombre sous la forme $a\times 10^p$ où a est un nombre décimal possédant un seul chiffre différent de 0 avant la virgule.

Exercice 3

1. Dans le triangle ABD, rectangle en D, le théorème de Pythagore permet d'écrire

   $AB^2 = AD^2 + DB^2$ ← On commence toujours par l'hypoténuse du triangle rectangle.

   $2,5^2 = AD^2 + 1,5^2$

   $6,25 = AD^2 + 2,25$

   $AD^2 = 6,25 - 2,25$

   $AD^2 = 4$

   $AD = 2\,cm$

2. Dans le triangle ACE, on a :
   - D est un point de la droite (AE) ;
   - B est un point de la droite (AC) ;
   - les droites (DB) et (CE) étant toutes deux perpendiculaires à la droite (AE), elles sont donc parallèles.

   Le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CE} \text{ ou } \frac{2}{AE} = \frac{2,5}{AC} = \frac{1,5}{4,5}$$

On utilise

$$\frac{2}{AE} = \frac{1,5}{4,5}$$

$$AE = \frac{4,5 \times 2}{1,5}$$

$$AE = 6\,cm$$

On utilise

$$\frac{2,5}{AC} = \frac{1,5}{4,5}$$

$$AC = \frac{4,5 \times 2,5}{1,5}$$

$$AC = 7,5\,cm$$

Exercice 4

1. Dans le triangle EFG, on a

$$\left.\begin{array}{l} EG^2 = 5^2 = 25 \\ EF^2 + FG^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \end{array}\right\} EG^2 = EF^2 + FG^2$$

   Comme $EG^2 = EF^2 + FG^2$ alors le triangle EFG est rectangle en F.

2. Comme les droites (FG) et (AB) sont toutes deux perpendiculaires à la même droite (BE) alors les droites (FG) et (AB) sont parallèles.

3. Dans le triangle ABE :
   - F est un point de la droite (BE) ;
   - G est un point de la droite (EA) ;
   - les droites (FG) et (AB) sont parallèles.

   Le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{EA}{EG} = \frac{EB}{EF} = \frac{AB}{FG} \text{ ou } \frac{7}{5} = \frac{EB}{4} = \frac{AB}{3}$$

On utilise

$$\frac{EB}{4} = \frac{7}{5}$$

$$EB = \frac{7 \times 4}{5}$$

$$EB = 5,6\,cm$$

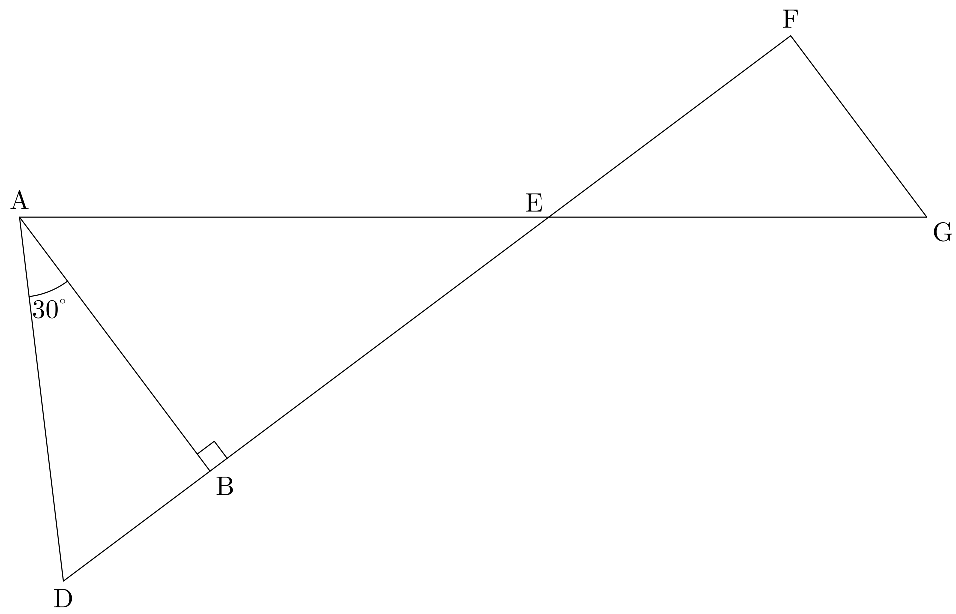
On utilise

$$\frac{AB}{3} = \frac{7}{5}$$

$$AB = \frac{7 \times 3}{5}$$

$$AB = 4,2\,cm$$

4.



5. Dans le triangle ADB, rectangle en B, on a

$$\cos \widehat{DAB} = \frac{AB}{AD}$$
$$\cos 30 = \frac{4,2}{AD}$$
$$AD = \frac{4,2}{\cos 30}$$

Dans le triangle ADB, on a

$$\widehat{ADB} + \widehat{DBA} + \widehat{BAD} = 180$$
$$\widehat{ADB} + 90 + 30 = 180$$
$$\widehat{ADB} + 120 = 180$$
$$\widehat{ADB} = 180 - 120$$
$$\widehat{ADB} = 60$$

Dans le triangle ADB rectangle en D, on a :

$$\cos \widehat{ADB} = \frac{DB}{DA}$$
$$\cos 60 = \frac{DB}{\frac{4,2}{\cos 30}}$$
$$DB = \frac{4,2}{\cos 30} \times \cos 60$$
$$DB \approx 2,4\,cm$$

6.

$$\mathcal{A}_{AED} = \frac{AD \times AB}{2}$$
$$\mathcal{A}_{AED} \approx \frac{(5,6 + 2,4) \times 4,2}{2}$$
$$\mathcal{A}_{AED} \approx \frac{8 \times 4,2}{2}$$
$$\mathcal{A}_{AED} \approx 17\,cm^2$$