## Devoir de Mathématiques n°1 — 401DM1

**Exercice 1 :** 1 En détaillant sur ta copie, effectue les calculs suivants

$$A = 2 \times 5 - 3 \qquad B = (4 + 7 \times 2) \div 3$$
$$C = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \qquad D = \frac{7}{4} - \frac{2}{3}$$
$$E = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \qquad F = (-1) + (-4)$$
$$G = (+4) + (-7) \qquad H = (-4) - (+7)$$

**Exercice 2 :** 2 Un blouson a un prix réel de 120 euros.

1. Le vendeur consent à faire une remise de 20% sur le prix réel. Quel est le nouveau prix du blouson ?
2. Le client est encore indécis. Alors le vendeur décide de solder le blouson à 81,6€. Quel pourcentage du prix après la première remise représente la deuxième remise ?
3. Quel pourcentage du prix réel représente le total des deux remises ?
   Que remarque-t-on ?

**Exercice 3 :** 3

1. Construis un parallélogramme $ABCD$ tel que $AB = 5\,cm$, $BC = 3\,cm$ et $\widehat{ABC} = 65°$.
2. Calcule son périmètre.
3. Place un point $M$ à l'extérieur du parallélogramme $ABCD$.
4. Construis le point $N$ tel que le quadrilatère $MDNB$ soit un parallélogramme. Explique ta construction.
5. Prouve que le quadrilatère $MANC$ est un parallélogramme

## Devoir de Mathématiques n°2 — 401DM2

**Exercice 4 :** 1 Effectue, en les détaillant, les calculs suivants :

$$A = (-3) + (+7) - (+4) \qquad B = (-4) \times (-5) + 12$$
$$C = [7 + (-9)] \times (-6) \qquad D = 12 \times (-4) + (-13) \times (-4)$$
$$E = [4 \times (-6) - (-7)] \times (-2)$$

**Exercice 5 :** 2 Détermine la valeur de l'expression $G = 2x+3y-xy$ pour $x = 2$; $y = -3$ puis pour $x = -1$; $y = -2$.

**Exercice 6 :** 3 Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre $O$.

1. Place le point $I$, milieu du segment $[AB]$, et le point $K$, milieu du segment $[CD]$.
2. Par la symétrie centrale de centre $O$, quelle est l'image du point $A$ ? du point $B$ ? du segment $[AB]$ ? du point $I$ ?
   On justifiera chaque réponse.
3. Démontre que le quadrilatère $AICK$ est un parallélogramme.

**Exercice 7 :** 4 Soit $ABC$ un triangle tel que $AB = 6\,cm$, $BC = 5\,cm$ et $AC = 8\,cm$. On appelle $I$ le milieu du segment $[AB]$ et $J$ le milieu du segment $[AC]$.

1. Soit $M$ un point extérieur au triangle $ABC$.
   Construis le point $N$, symétrique du point $M$ par rapport au point $I$.
2. Soit $(d_1)$ la parallèle à la droite $(AN)$ passant par $C$ et $(d_2)$ la parallèle à la droite $(NC)$ passant par $A$. Les droites $(d_1)$ et $(d_2)$ se coupent en $O$.
   Prouve que le quadrilatère $ANCO$ est un parallélogramme.
3. Déduis-en que $J$ est le milieu du segment $[NO]$.

**Devoir de Mathématiques n°3** 401DM3

**Exercice 8 :** 1 La lumière solaire pénètre jusqu'à la côte $-500$ mètres sous le niveau de la mer.

1. Des scientifiques ont mesuré que les cachalots peuvent descendre 5 fois plus profondément que la lumière solaire.
   Quelle côte peuvent atteindre les cachalots ?
2. En 1960, le bathyscaphe Trieste, est descendu $21,8$ fois plus profondément que la lumière solaire.
   Quelle côte avait atteint ce sous-marin ?

**Exercice 9 :** 2 Effectue les calculs suivants

$$A = (-4) \times (-3) + 7 \times (-5) \qquad B = 6 \times (-7) - (-4) \times 2$$

$$C = [3 \times (-4) + 2] \times [2 \times (-5) - 1] \qquad D = [7 \times (-8) - 6] \times 4 - 2$$

**Exercice 10 :** 3 Soit $EFC$ un triangle tel que $EF = 6\,cm$, $EC = 4\,cm$, $FC = 8\,cm$. Dans le triangle $EFC$, la hauteur issue de $E$ coupe la droite $(FC)$ en $E'$ et la hauteur issue de $F$ coupe la droite $(EC)$ en $F'$.

1. Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle $EE'F$ ? Quel est le rayon de ce cercle ?
2. Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle $FF'E$ ? Quel est le rayon de ce cercle ?
3. Explique pourquoi les points $E$, $F$, $E'$, $F'$ sont sur un même cercle[1].

**Exercice 11 :** 4 Construis un cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AA']$ tel que $AA' = 10\,cm$. Place ensuite le point $M'$ sur le cercle $\mathcal{C}$ tel que $AM' = 6\,cm$ et $B$, le point du segment $[AA']$ tel que $AB = 2\,cm$.

La perpendiculaire à la droite $(AM')$ passant par $B$ coupe la droite $(AM')$ en $M$.

Démontre que les droites $(MB)$ et$(A'M')$ sont parallèles.

[1] 4 points qui appartiennent à un même cercle sont dits **cocycliques**.

**Devoir de Mathématiques n°4** 401DM4

**Exercice 12 :** 1 On donne $a = -2$ et $b = 5$. Calculez :

1. Le produit des inverses de $a$ et $b$.
2. L'inverse du produit de $a$ et $b$.
3. L'opposé de l'inverse de $a$.
4. L'inverse de l'opposé de $a$.
5. L'opposé du produit des inverses de $a$ et $b$.
6. L'inverse du produit des inverses de $a$ et $b$.

**Exercice 13 :** 2

1. J'ai choisi un nombre $x$. Je lui ai retranché 12 et j'ai multiplié le résultat par $-9$. J'ai ainsi trouvé 900.
   Quel était la valeur de $x$ ?
2. J'ai choisi un nombre $y$. Je l'ai multiplié par $-100$ et j'ai ajouté 1 000 au résultat. J'ai ainsi trouvé 999.
   Quel était la valeur de $y$ ?

**Exercice 14 :** 3 Soit $ABC$ un triangle sans angle obtus. Soit $I$ et $J$ les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[AC]$.

1. Construis la hauteur issue de $A$. Elle coupe la droite $(BC)$ en $H$.
   (a) Construis le point $E$, symétrique du point $H$ par rapport au point $I$.
   (b) Quelle est la nature du quadrilatère $EAHB$ ? Justifie la réponse.
   (c) Déduis-en que $IH = IA$.
2. (a) Construis le point $F$, symétrique du point $H$ par rapport au point $J$.
   (b) Quelle est la nature du quadrilatère $FCHA$ ? Justifie la réponse.
   (c) Déduis-en que $JH = JA$.
3. Que représente la droite $(IJ)$ pour le segment $[AH]$ ? Justifie la réponse.
4. Déduis-en que les droites $(IJ)$ et $(BC)$ sont parallèles.

**Exercice 15 :** 4 Soit $P$, $A$, $U$ trois points alignés. Une droite passant par $A$ coupe le cercle de diamètre $[PA]$ en $I$ et le cercle de diamètre $[AU]$ en $T$.

Démontre que les droites $(PI)$ et $(UT)$ sont parallèles.

**Devoir de Mathématiques n°5** **401DM5**

**Exercice 16 :** 1 Effectue les calculs suivants

$$A = [(-3) \times 7 + 6] \div (-5) \qquad B = [(-40) \div 8 + 7] \times (-3)$$
$$C = 18 \div (-6) - 5 \times (-2) \qquad D = (7 - (-3) \times 4) \times (-2) + (-12)$$

**Exercice 17 :** 2

1. Construis un triangle $EFG$ tel que $EF = 6\,cm$, $\widehat{EFG} = 50°$, $\widehat{FEG} = 60°$.
   Soit $K$ le milieu du segment $[EF]$. La parallèle à la droite $(EG)$ passant par $K$ coupe le segment $[FG]$ en $L$.
2. Prouve que $L$ est le milieu du segment $[FG]$.

**Exercice 18 :** 3 Soit $ABC$ un triangle et $M$ un point quelconque du segment $[AB]$. La parallèle à la droite $(BC)$ passant par $M$ coupe la droite $(AC)$ en $N$. $K$ est le symétrique du point $M$ par rapport au point $B$. On appelle $L$ le point d'intersection des droites $(BC)$ et $(KN)$.

1. Fais une figure.
2. Prouve que $L$ est le milieu du segment $[KN]$.

**Exercice 19 :** 4 L'indice CAC 40 mesure l'activité boursière française. A la bourse de Paris :

- l'ouverture se fait à 9h00 : le niveau du CAC 40 est alors celui de la veille ;
- la fermeture ou « clôture » s'effectue à 17h30 : on arrêt alors les cotations et on affiche la tendance finale : hausse ou baisse.

Le 6 Août 2001, le CAC 40 a clôturé en hausse de 0,69% et le 7 Août 2001, il affichait une baisse finale de 0,29%. Son niveau était alors de 5051,65 points.

Quel était alors son niveau le 6 Août 2001 à l'ouverture ?

**Devoir de Mathématiques n°6** **401DM6**

**Exercice 20 :** 1 Soit un triangle $OBE$.
Soit $A$ le symétrique de $B$ par rapport à $O$. Soit $C$ le symétrique de $E$ par rapport à $O$.
Soit $D$ le symétrique de $O$ par rapport à $B$. Soit $F$ le symétrique de $O$ par rapport à $E$.

1. Fais une figure.
2. Prouve que les droites $(AC)$ et $(BE)$ sont parallèles.
3. Que peut-on dire des droites $(BE)$ et $(DF)$ ? Justifie.
4. Conclue que les droites $(AC)$ et $(DF)$ sont parallèles et que

$$AC = \frac{1}{2}DF$$

**Exercice 21 :** 2 $ABC$ est un triangle. $D$ est le milieu du segment $[BC]$. $N$ est le milieu du segment $[AD]$. La droite $(CN)$ coupe le segment $[AB]$ en $F$.
Par $D$, on trace la parallèle à $(CF)$ ; elle coupe la droite $(AB)$ en $E$.

1. Fais la figure.
2. Démontre que $F$ est le milieu du segment $[AE]$.
3. Démontre que $E$ est le milieu du segment $[BF]$.

**Exercice 22 :** 3 Calcule les expressions suivantes

$$A = \frac{3}{4} - \frac{5}{4} \qquad B = \frac{3}{5} - \frac{2}{10} \qquad C = \frac{4}{5} - \frac{6}{7}$$

$$D = \frac{2}{7} \times \frac{14}{5} \qquad F = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{4}$$

**Exercice 23 :** 4 Ce mois-ci, Emilie a dépensé un quart de son argent de poche pour des livres, un tiers pour le cinéma et un autre tiers pour des dépenses diverses.

A-t-elle dépensé tout son argent ? Si non, calcule la fraction de son argent de poche qu'il lui reste.

## Devoir de Mathématiques n°7 — 401DM7

**Exercice 24 :** 1 Les $\frac{4}{5}$ des élèves d'une classe ont participé à une excursion ; les $\frac{2}{3}$ des élèves partis sont des filles.

1. Quelle fraction de la classe représentent les filles qui sont parties en excursion ?
2. Il y a 30 élèves dans la classe. Combien de filles ont participé à l'excursion ?

**Exercice 25 :** 2 Martine, Pascale et Agnès veulent acheter ensemble une chaîne HI-FI de 1995€. Martine peut payer $\frac{1}{3}$ du prix, Pascale $\frac{2}{5}$ et Agnès $\frac{2}{7}$. Est-ce suffisant ?

**Exercice 26 :** 3

1. Construis un triangle $ABC$ tel que $AB = 6cm$, $AC = 9cm$ et $BC = 8cm$.
2. (a) Sur le segment $[BC]$, place le point $I$ tel que $BI = \frac{3}{4}BC$.
   (b) Comment construire le point $I$ uniquement avec une règle non graduée et un compas ?
3. La parallèle à la droite $(AC)$ passant par $I$ coupe la droite $(AB)$ en $J$.
   Calcule les longueurs $BJ$ et $IJ$.

**Exercice 27 :** 4 Soit $ABC$ un triangle tel que $BC = 6\,cm$ et $I$ le milieu du segment $[BC]$. On appelle $P$ le point du segment $[BC]$ tel que $BP = 1\,cm$.

La parallèle à la droite $(AI)$ passant par le point $P$ coupe la droite $(AC)$ en $N$ et la droite $(AB)$ en $M$.

1. Fais une figure.
2. Montre que
$$\frac{PN}{AI} = \frac{5}{3}$$
3. Montre que
$$\frac{PM}{AI} = \frac{1}{3}$$
4. Déduis des questions 2 et 3 que
$$PN + PM = 2 \times AI$$

## Devoir de Mathématiques n°8 — 401DM8

**Exercice 28 :** 1 Exprime sous la forme la plus simple possible les expressions suivantes :

$$A = \frac{4}{7} + \frac{7}{9} \div \frac{2}{3} \qquad B = \left(\frac{4}{7} + \frac{7}{9}\right) \div \frac{2}{3}$$

**Exercice 29 :** 2 On considère le tableau de répartition des tailles pour un échantillon de 1000 hommes et de 1000 femmes adultes (source INSEE). Dans cet échantillon,

| Taille en cm | Hommes | Femmes |
|---|---|---|
| $140 \leq t < 150$ | 10 | 38 |
| $150 \leq t < 160$ | 36 | 360 |
| $160 \leq t < 170$ | 383 | 531 |
| $170 \leq t < 195$ | 571 | 71 |

1. Quel est le nombre total d'adultes de taille strictement inférieure à $170\,cm$ ?
2. Quel est le nombre de femmes dont la taille est supérieure ou égale à $160\,cm$ ?
3. Quel est le pourcentage des femmes que représentent les femmes dont la taille est comprise entre $170\,cm$ et $195\,cm$ ?
4. Quel est le pourcentage des adultes que représentent les hommes dont la taille est strictement inférieure à $160\,cm$ ?

**Exercice 30 :** 3 On considère un cercle de diamètre $[AB]$. Soit $C$ un point de ce cercle et $D$ le symétrique de $A$ par rapport à $C$. La parallèle à la droite $(BC)$ passant par le point $D$ coupe la droite $(AB)$ en $E$.

1. Réalise une figure.
2. Quelle est la nature du triangle $ABC$ ?
3. Démontre que $B$ est le milieu du segment $[AE]$.
4. Quelle est le centre du cercle circonscrit au triangle $ADE$ ?
5. Exprime l'aire $\mathcal{A}'$ du disque de diamètre $[AE]$ en fonction de l'aire $\mathcal{A}$ du disque de diamètre $[AB]$.

**Exercice 31 :** 4 Soit $(\mathcal{C})$ un cercle de centre $O$ et de diamètre $[AM]$ tel que $AM = 10\,cm$. $N$ est un point du cercle $(\mathcal{C})$ tel que $AN = 6\,cm$. La droite $(d_1)$ est la perpendiculaire à la droite $(AN)$ passant par $O$ : elle coupe la droite $(AN)$ en $C$.

1. Que représente le point $C$ pour le segment $[AN]$ ?
2. $D$ est le point du segment $[AO]$ tel que $AD = 2\,cm$. La parallèle à la droite $(MN)$ passant par $D$ coupe la droite $(AN)$ en $E$.
   Calcule la longueur $EC$.
3. La droite $(ED)$ recoupe le cercle $(\mathcal{C})$ au point $P$ et la droite $(OC)$ coupe la droite $(PM)$ en $R$.
   Evalue le rapport $\frac{MR}{MP}$.

**Devoir de Mathématiques n°9** **401DM9**

**Exercice 32 :** 1 Simplifie les écritures des nombres suivants

$$A = 10^{-5} \times 10^{7} \times 10^{8} \qquad B = \frac{10^{7} \times 10^{-2}}{10^{-5}}$$

$$C = \frac{10^{-4} \times \left(10^{-7}\right)^{2}}{\left(10^{6}\right)^{3}} \qquad D = \frac{10^{-5} \times 10^{-6} \times (-10)^{9}}{(-10)^{-3} \times (-10)^{8}}$$

**Exercice 33 :** 2 4 personnes découvrent un trésor et le partage se fait de la façon suivante : la 1^re^personne prend un quart du trésor, la deuxième un tiers, la troisième $\frac{1}{5}$ et la dernière personne reçoit le reste soit 117 pièces d'or.

1. Quelle est la fraction du trésor que représente la part de la 4^e^personne ?
2. Déduis-en que le trésor contenait 540 pièces d'or.
3. Quels sont les nombres de pièces obtenus par chacune des personnes ?

**Exercice 34 :** 3 Soit un quadrilatère $ABCD$ tel que les droites $(AB)$ et $(CD)$ soient parallèles. Soit $M$ le milieu du segment $[AD]$ et $N$ le milieu du segment $[AC]$. La droite $(MN)$ coupe le segment $[BC]$ en $P$.

1. Démontre que les droites $(MN)$ et $(DC)$ sont parallèles.
2. Prouve que $P$ est le milieu du segment $[BC]$. Déduis-en que $AB = 2 \times NP$.
3. La parallèle à la droite $(BC)$ passant par $N$ coupe le segment $[AB]$ en $K$. Prouve que $NKBP$ est un parallélogramme
4. Soit $O$ le symétrique de $N$ par rapport au point $P$. Quelle est la nature du quadrilatère $NBOC$ ? Justifie la réponse.

**Exercice 35 :** 4 La luminosité du Soleil est de $4 \times 10^{26}$ Watts, celle d'une centrale électrique est 4 milliards de Watts. Combien faut-il de centrales électriques pour éclairer de la même façon que le Soleil ? On donnera le résultat sous la forme d'une puissance de 10.

**Exercice 36 :** 5

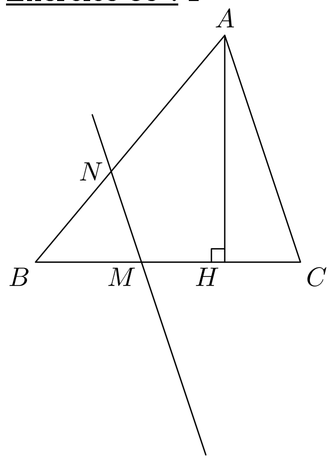
1. Construis un triangle $ABC$ tel que $AB = 8cm$, $AC = 12cm$ et $BC = 10cm$.
2. Soit $E$ le point du segment $[AB]$ tel que $AE = 3,2cm$. La parallèle à la droite $(BC)$ passant par $E$ coupe le droite $(AC)$ en $D$.
   Calcule la longueur $AD$.

**Devoir de Mathématiques n°10** **401DM10**

**Exercice 37 :** 1 $ABC$ est un triangle tel que $AB = 5\,cm$, $BC = 7\,cm$, $\widehat{ABC} = 60°$. La hauteur issue de $A$ coupe la droite $(BC)$ en $H$. Soit $D$ le symétrique de $A$ par rapport à $H$ et $E$ le symétrique de $C$ par rapport à $H$.

Montre que le quadrilatère $ACDE$ est un losange.

**Exercice 38 :** 2




Sur la figure ci-contre, les droites $(MN)$ et $(AC)$ sont parallèles avec $BN = 3\,cm$, $BM = 4,8\,cm$, $AB = 7\,cm$ et $MN = 3\,cm$.

1. Reproduis en vraie grandeur la figure et donne un programme de construction de cette figure.
2. Calcule le périmètre du triangle $ABC$. (Calcule d'abord les longueurs $AC$ et $BC$)
3. Sachant que $AH = 3cm$, quelle est l'aire du triangle $BMN$ ?

**Exercice 39 :** 3

1. Ecris les expressions suivantes sous forme fractionnaire la plus simple possible.

$$A = \frac{2}{3} - \frac{5}{6} \times \left(1 - \frac{1}{7}\right) \qquad B = \frac{3}{4} - \frac{5}{2} \div \frac{1}{4} \qquad C = \frac{13 \times 10^{14} \times 10^{6}}{2 \times (10^{3})^{7}}$$

2. Donne l'écriture décimale et l'écriture scientifique de l'expression

$$D = \frac{4,5 \times 10^{-3} \times 10^{4} \times 7,2 \times \left(10^{2}\right)^{-3}}{0,5 \times 10^{3} \times 3 \times 10^{-5}}$$

**Exercice 40 :** 4 Un atome est formé d'un noyau et d'électrons qui gravitent autour du noyau. Repésentons par une boule de $8\,cm$ de diamètre le noyau d'un atome qui mesure en réalité $4 \times 10^{-12}\,mm$ de diamètre.

1. Quelle échelle utilise-t-on ? (C'est le nombre par lequel on a multiplié le diamètre du noyau).
2. A quelle distance devrait être placé, sur le dessin, un électron qui tourne en réalité à $5 \times 10^{-8}\,mm$ du noyau ?

3. A cette échelle, un électron est représenté par une minuscule boule de $0,2\,mm$ de diamètre. Quel est le diamètre réel, en $mm$, d'un électron ?

**Devoir de Mathématiques n°11** **401DM11**

**Exercice 41 :** 1 Le tableau ci-dessous donne la répartition des élèves de 4$^{e}$selon le nombre de livres empruntés au C.D.I. durant un mois.

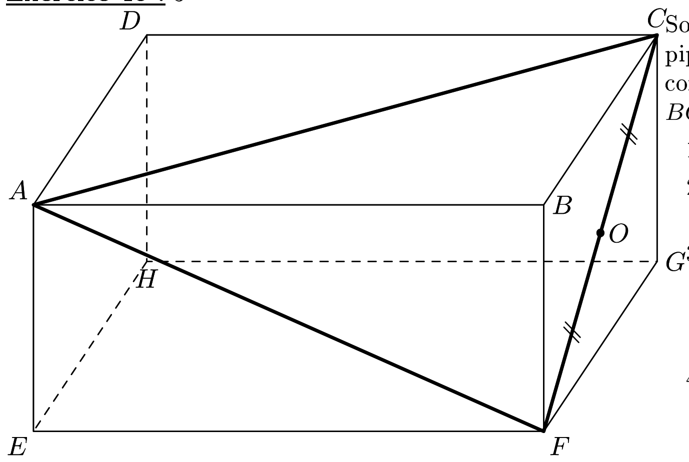
| Nombre de livres | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectifs | 37 | 27 | 39 | 18 | 10 | 4 |
| Fréquences en % (arrondies au dixième) | | | | | | |
| Angles arrondis au degré entier | | | | | | |

1. Combien y-a-t-il d'élèves en 4$^{e}$dans ce collège ?
2. (a) Combien d'élèves empruntent au moins 3 livres ?
   (b) Combien d'élèves empruntent moins de 2 livres ?
3. Complète la ligne des fréquences.
4. Construis le diagramme circulaire des fréquences. On complétera la ligne des angles du tableau et on prendra $4\,cm$ pour le rayon du cercle.

**Exercice 42 :** 2 $ABC$ est un triangle rectangle en $B$ tel que $AB = 6cm$ et $BC = 2,5cm$.

1. Calcule la longueur $AC$.
2. Soit $M$ le point du segment $[AB]$ tel que $AM = 3,6\,cm$. La perpendiculaire à la droite $(AB)$ passant par $M$ coupe le segment $[AC]$ en $N$.
   (a) Justifie que les droites $(MN)$ et $(BC)$ sont parallèles.
   (b) Déduis-en quelle méthode utiliser pour calculer la longueur $AN$.
   Calcule la longueur $AN$.
3. Calcule la longueur $MN$ de deux façons différentes.

**Exercice 43 :** 3




Soit $ABCDEFGH$ le parallélépipède rectangle représenté ci-contre avec $AB = 10\,cm$ et $BC = BF = 5\,cm$.

1. Calcule la longueur $AF$.
2. Quelle est la nature du triangle $ACF$ ? Justifie.
3. Soit $O$ le milieu du segment $[CF]$. Prouve que les droites $(AO)$ et $(CF)$ sont perpendiculaires.
4. Calcule la longueur $AO$. On calculera d'abord la longueur $CO$.

## Devoir de Mathématiques n°12 — 401DM12

**Exercice 44 :** 1 Ecris en fonction de $x$ :

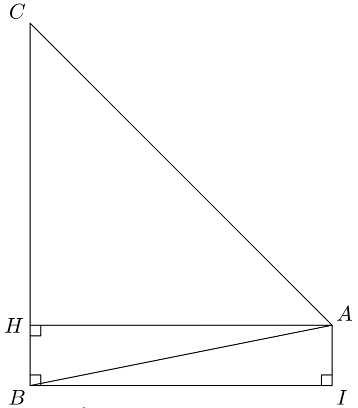
1. le double de $x$ augmenté de 1 ;
2. la somme de 3 et du triple de $x$ ;
3. le tiers de $x$ diminué de 5 ;
4. le produit de 5 par la somme de $x$ et de 4 ;
5. la somme de 6 et du produit de 7 par $x$.

**Exercice 45 :** 2 Emilie veut acheter plusieurs livres d'une même collection ; ils coûtent tous le même prix. Mais Emilie nous dit :

« *Avec l'argent dont je dispose si j'achète 4 livres, il me reste 35€ ; mais si j'en achète 6, il me manque 65€.* »

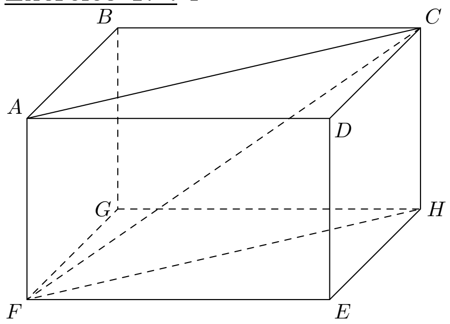
Est-il possible que le prix d'un livre soit 10€ ? 60€ ? Vous détaillerez votre raisonnement dans les deux cas.

**Exercice 46 :** 3




$ABCDEFGH$ est un parallélépipède rectangle dont la base $ABCD$ est un carré. De plus, $AC = 4\,cm$ et $CF = 6,5\,cm$.
1. Représente en vraie grandeur la face $ABCD$. Quelle est la nature du triangle $ABC$ ? Justifie votre réponse.
Calcule la longueur $AB$.
2. Quelle est la nature du quadrilatère $ACHF$ ? Représente ce quadrilatère en vraie grandeur.
3. Calcule le cosinus de l'angle $\widehat{ACF}$, puis la hauteur du parallélépipède.
4. Détermine la hauteur du parallélépipède par une autre méthode.

**Exercice 47 :** 4




En voyage à Paris, on veut photographier La Tour Eiffel (Voir Schéma ci-contre).
Le segment $[BC]$ représente La Tour Eiffel ; l'appareil-photo est au point $A$.
On a les mesures suivantes :
$BC = 300\,m$, $BI = 350\,m$, $AI = 1,5\,m$.
Calcule l'angle $\widehat{BAC}$ sous lequel on voit La Tour Eiffel.

## Devoir de Mathématiques n°13 — 401DM13

**Exercice 48 :** 1 Soit un segment $[RS]$ tel que $RS = 6,5\,cm$ et $\mathcal{C}$ le cercle de diamètre $[RS]$. Soit $A$ un point du cercle $\mathcal{C}$ tel que $RA = 2,5\,cm$.

1. Quelle est la nature du triangle $RAS$ ? Justifie la réponse.
2. Calcule la longueur $SA$.
3. Soit $T$ le point du cercle $\mathcal{C}$ tel que $\widehat{RST} = 30°$.
   (a) Quelle est la nature du triangle $RST$ ? Justifie la réponse.
   (b) Calcule la longueur $ST$.
   (c) La perpendiculaire à la droite $(RS)$ passant par $T$ coupe la droite $(RS)$ en $H$. Calcule la longueur $TH$.

**Exercice 49 :** 2 Donne l'écriture décimale et l'écriture scientifique des expressions suivantes

$$E = 3,5 \times 10^8 \times 0,2 \times 10^{-10} \qquad F = \frac{4 \times 10^{12} \times 9 \times 10^{-5}}{1,2 \times 10^2}$$

**Exercice 50 :** 3

1. Développe et réduis les expressions suivantes

$$A = 8 + 4(x-3) \qquad B = 1 - 3(a+2)$$
$$C = \frac{1}{2}(a-8) + 5 \qquad D = 2(3-4x) + 4(1-2x)$$
$$E = 3(x+3) - 2(3x-1) \qquad F = -4(x+1) + x(3-x)$$

2. Calcule chacune des expressions pour $x = 3$, en utilisant l'écriture qui parait la plus simple.

**Exercice 51 :** 4 Deux élèves ont développé et réduit l'expression $A = 5x(2-x) - 3x^2$

1. Brigitte a répondu $A = 2x^2 + 10x$. Teste cette égalité pour $x = 2$.
   Que peux-tu conseiller à Brigitte ?
2. Alain a répondu $A = 6x - 6x^2$
   (a) Teste cette égalité pour $x = 2$. La réponse d'Alain te semble-t-elle correcte ?
   (b) Teste cette égalité pour $x = 1$. Que conseilles-tu alors à Alain ?
3. Donne le bon développement de l'expression $A$.

**Devoir de Mathématiques n°14** **401DM14**

**Exercice 52 :** 1

| |
|---|
| – *Choisir un nombre $x$.* |
| – *Retrancher 3 au double de $x$.* |
| – *Elever le résultat au carré.* |
| – *Retrancher 16 au résultat obtenu.* |

1. Si $x = 5$, quel est le résultat final ?
2. Appelle $x$ le nombre choisi : écris l'expression littérale qui traduit le programme de calcul.

**Exercice 53 :** 2 Dans un porte-monnaie, il y a 23 pièces. Il n'y a que des pièces de 10 francs et des pièces de 5 francs.

On appelle $x$ le nombre de pièces de 10 francs.

1. Exprime, fonction de $x$ le nombres de pièces de 5 francs.
2. Montre et explique pourquoi la somme d'argent $S_1$ que représentent les pièces de 10 francs est $S_1 = 10 \times x$.
3. Exprime, en fonction de $x$, la somme $S_2$ que représentent les pièces de 5 francs.
4. Exprime, en fonction de $x$, la somme d'argent $S$ qu'il y a dans le porte-monnaie.
   Développe et réduis l'expression de $S$.
5. Si $x = 11$, que vaut $S$ ?

**Exercice 54 :** 3 Un agriculteur cultive du blé, puis fabrique lui-même sa farine. Il décide de faire une fois par semaine du pain artisanal qu'il vend 23 francs le kilogramme.

Chaque mois ses dépenses sont constituées par 2600 francs de frais fixes, auxquels il faut ajouter 3 francs par kilogramme de pain fabriqué.

1. Au mois de Juin, il vend 200 $kg$ de pain. Quelle est sa recette ? Quelle est sa dépense ?
   Fait-il un bénéfice ? Si oui, de quel montant ?
2. On appelle $x$ la masse de pain en kilogrammes, vendue en un mois. On note $R$ le montant des rettes de l'agriculteur et $D$ le montant de ses dépenses au cours du même mois.
   (a) Exprime $R$ et $D$ en fonction de $x$.
   (b) En déduire que le bénéfice $B$ est $B = 20x - 2600$

**Exercice 55 :** 4

1. (a) Construis un triangle $RST$, rectangle en S, tel que $RS = 12\,cm$, $ST = 9\,cm$.
   (b) Calcule son aire.
   (c) Calcule l'angle $\widehat{STR}$.
2. Soit $I$ le point du segment $[ST]$ tel que $SI = 3\,cm$. La perpendiculaire à la droite $(ST)$ passant par $I$ coupe la droite $(RT)$ en $J$.
   Calcule les longueurs $TI$, $TJ$ et $IJ$.
3. Soit $O$ le milieu du segment $[RT]$ et $P$ le symétrique du point $S$ par rapport au point $I$.
   Quelle est la nature du quadrilatère $STPR$ ? Justifie la réponse.
4. Le cercle $(\mathcal{C})$ de diamètre $[ST]$ recoupe la droite $(RT)$ en $K$.
   (a) Quelle est la nature du triangle $SKT$ ? Justifie la réponse.
   (b) Calcule la longueur $TK$.
   (c) Prouve que la droite $(RS)$ est la tangente au cercle $(\mathcal{C})$ en $S$.

**Devoir de Mathématiques n°15** **401DM15**

**Exercice 56 :** 1 Soit $(\mathcal{C})$ un cercle de diamètre $[AB]$ tel que $AB = 6\,cm$ et $O$ le centre du cercle $(\mathcal{C})$. Soit $K$ un point du cercle $(\mathcal{C})$ tel que $\widehat{AOK} = 60°$. Soit $C$ le point de la droite $(AB)$, extérieur au segment $[AB]$, tel que $AC = 2\,cm$.

1. Quelle est la nature du triangle $AOK$ ? Justifie la réponse.
2. La tangente au cercle $(\mathcal{C})$ en $B$ coupe la droite $(CK)$ en $E$. La tangente au cercle $(\mathcal{C})$ en $A$ coupe la droite $(CK)$ en $D$.
   Prouve que les droites $(AD)$ et $(BE)$ sont parallèles.
3. Prouve que $\dfrac{CD}{CE} = \dfrac{1}{4}$.

**Exercice 57 :** 2 *La figure sera effectuée sur feuille blanche non quadrillée.* L'unité est le centimètre.

Soit un demi-cercle $(\mathcal{C})$ de diamètre $[AB]$ tel que $AB = 10$. Soit $O$ le milieu du segment $[AB]$ et $H$ le milieu du segment $[AO]$. La perpendiculaire en $H$ à la droite $(AB)$ coupe le demi-cercle $(\mathcal{C})$ en $M$.

1. (a) Que représente la droite $(MH)$ pour le segment $[AO]$ ? Justifie la réponse.
   (b) Déduis-en la longueur $AM$ et la nature du triangle $AMO$
   (c) Quelle est la distance du point $M$ à la droite $(AB)$ ? Justifie la réponse puis calcule cette longueur.
2. Quelle est la nature du triangle $AMB$ ?
   Justifie la réponse et déduis-en la longueur exacte de $MB$.
3. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ABM}$.
4. La médiatrice du segment $[AB]$ coupe la droite $(MB)$ en $N$. Calcule la valeur exacte de la longueur $NB$ puis une valeur approchée au dixième près.

**Exercice 58 :** 3 La distance Beuvrages - Reims est de $182\,km$.

1. Si la vitesse moyenne est de $130\,km/h$, quel est le temps mis pour effectuer le trajet ? On donnera le résultat en heure-minute.
2. Malheureusement, 2 arrêts aux péages durent 10 minutes. Calcule la nouvelle vitesse moyenne.
3. Quel est le pourcentage de baisse sur la vitesse moyenne ? Justifie la réponse.

**Exercice 59 :** 4 La distance de freinage d'un véhicule jusqu'à l'arrêt total est donnée par la formule

$$D = \frac{4V^2}{1000K}$$

$D$ : distance de freinage en $m$.
$V$ : vitesse du véhicule en $km/h$.
$K$ : coefficient d'adhérence de la route.

Calcule la distance de freinage pour qu'un véhicule qui roule à $110\ km/h$ sur une route dont le coefficient d'adhérence est 0,25 puisse s'arrêter totalement.

**Exercice 60 :** 5 Donne l'écriture décimale et l'écriture scientifique des expressions suivantes

$$E = 3,5 \times 10^8 \times 0,2 \times 10^{-10} \qquad F = \frac{4 \times 10^{12} \times 9 \times 10^{-5}}{1,2 \times 10^2}$$

**Devoir de Mathématiques n°16** **401DM16**

**Exercice 61 :** 1 On pose

$$A = \frac{12}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{9} \qquad B = \left(\frac{2}{3} - 3\right) \div \frac{1}{9}$$

1. Calcule $A$ et écris la réponse sous forme de fraction irréductible.
2. Calcule $B$ et écris la réponse sous la forme d'un entier relatif.

**Exercice 62 :** 2 Le triangle $EST$ est isocèle en $E$ et la hauteur issue de $T$ coupe le segment $[SE]$ en $H$.

On sait que $ES = ET = 12\,cm$ et que l'aire du triangle est de $42\,cm^2$.

1. Prouve que la longueur $TH$ mesure $7\,cm$.
2. Construis alors la figure en vraie grandeur.
3. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{TES}$ (on donnera sa valeur arrondie au degré près).
4. Déduis-en une valeur approchée de l'angle $\widehat{TSE}$.

**Exercice 63 :** 3 Soit $B$ et $C$ deux points du cercle $(\mathcal{C})$ de centre $O$ et de diamètre $[AE]$.

1. Démontre que les triangles $ACE$ et $ABE$ sont des triangles rectangles.
2. La parallèle à la droite $(EC)$ passant par $B$ coupe la droite $(AC)$ en $K$.
   La parallèle à la droite $(EB)$ passant par $C$ coupe la droite $(AB)$ en $J$.
   Les droites $(BC)$ et $(CJ)$ se coupent en $H$. Démontre que le quadrilatère $BHCE$ est un parallélogramme.
3. Soit $A'$ le milieu du segment $[BC]$. Démontre que $A'$ est le milieu du segment $[HE]$.
4. Démontre que $AH = 2 \times OA'$.
5. Démontre que $H$ est le point de concours des hauteurs.

**Devoir de Mathématiques n°17** **401DM17**

**Exercice 64 :** 1 Soit $ABC$ un triangle tel que $AB = 5,1\,cm$, $BC = 8,5\,cm$ et $AC = 6,8\,cm$.

1. Fais une figure soignée. Quelle est la nature du triangle $ABC$ ? Justifie la réponse.
2. Soit $M$ le point du segment $[AB]$ tel que $AM = 3,4\,cm$.
   Construis la droite parallèle à la droite $(BC)$ passant par $M$ : elle coupe le côté $[AC]$ en $N$.
   Calcule la longueur $AN$. On donnera la valeur approchée à $0,1\,cm$ près.

**Exercice 65 :** 2 Dans l'après-midi du 24 décembre 2001, au distribanque de la rue des Maths ont été faits les retraits suivants. Complète le tableau.

| Sommes retirées en francs | 200 | 400 | 600 | 800 | 1 000 | 1 200 | 1 400 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de personnes ayant retiré cette somme | 35 | 40 | 33 | 75 | 25 | 20 | 22 |
| Fréquence en % de chaque type de retrait | | | | | | | |

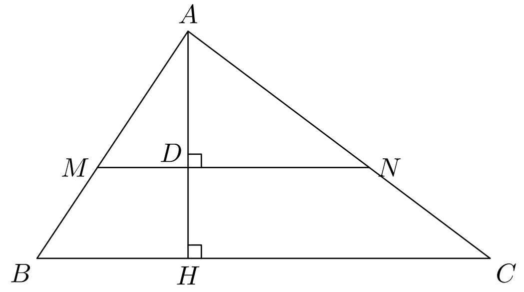
1. Fais le diagramme en bâtons des effectifs (on prendra $1\,cm$ pour 10 personnes).
2. Quel est le pourcentage de retraits égaux à 1 000 francs ou plus ?

**Exercice 66 :** 3 La distance moyenne $d$ de la Tere au Soleil est d'environ $149,5$ millions de kilomètres.

1. Donne la notation scientifique de $d$.
2. Le rayon $R$ de la Terre mesure approximativement 6 400 kilomètres.
   Calcule à une unité près par défaut le quotient $\dfrac{d}{R}$.
3. Sachant que la vitesse de propagation de la lumière est environ égale à 300 000 kilomètres par seconde, calcule en minutes et secondes le temps $t$ mis par la lumière émise par le Soleil pour nous parvenir sur Terre. Ce temps sera donné à une seconde près par excès.

**Exercice 67 :** 4 On donne la figure ci-dessous (qui n'est pas en vraie grandeur), dont les longueurs réelles sont $AM = 9\,cm$, $MB = 6\,cm$, $BH = 9\,cm$, $HC = 16\,cm$, $NC = 8\,cm$.

Les droites $(MN)$ et $(AH)$ sont perpendiculaires ainsi que les droites $(BC)$ et $(AH)$.



1. Que peut-on dire des droites $(MN)$ et $(BC)$ ? Justifie la réponse.
2. Calcule les longueurs $AN$ et $DN$.
3. A partir des longueurs réelles données, reproduis la figure à l'échelle 1/2.
4. Calcule la longueur $AH$.
5. Le triangle $ABC$ est-il rectangle en $A$ ? Justifie la réponse.
6. Détermine la mesure, à un degré près, de l'angle $\widehat{ABH}$.



**Exercice 68 :** 1 La somme de deux nombres est $-10$. L'un de ces nombres est le triple de l'autre. Trouve ces deux nombres.

**Exercice 69 :** 2 Soit $ABC$ un triangle rectangle isocèle en $A$ tel que $AC = 3\,cm$ et $A'$ un point extérieur au triangle $ABC$.

1. (a) Calcule les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$.
   (b) Calcule l'aire du triangle $ABC$.
2. (a) Construis les images $B', C'$ respectives des points $B$ et $C$ par la translation qui transforme $A$ en $A'$.
   (b) En justifiant les réponses :
   - quelles sont les longueurs des segments $[A'C']$ et $[A'B']$ ?
   - quelles sont les mesures des angles $\widehat{B'A'C'}$ et $\widehat{A'B'C'}$ ?
   - Quelle est la nature du triangle $A'B'C'$ ?

**Exercice 70 :** 3 $ABC$ est un triangle et $I$ est le milieu du segment $[BC]$. $D$ est l'image de $A$ par la translation qui transforme $B$ en $I$. $E$ est le symétrique de $A$ par rapport à $I$.

1. Fais une figure.
2. Démontre que le quadrilatère $ADIB$ est un parallélogramme.
3. Démontre que le quadrilatère $ABEC$ est un parallélogramme.
4. Déduis des questions 2 et 3 que le point $C$ a pour image le point $E$ par la translation qui transforme $D$ en $I$.

**Exercice 71 :** 4 Durant la tempête de Décembre 1999, un arbre s'est brisé en $B$. Son extrémité $E$ est tombé à $12\,m$ des racines $R$ en faisant un angle de $30\,^\circ$ avec le tronc (qui est resté perpendiculaire au sol). Quelle était la hauteur de l'arbre ?

**Exercice 72 :** 1 **On effectuera la figure sur une feuille blanche sans quadrillage**.

Soit $A$ et $B$ deux points distincts et $(MN)$ une droite non parallèle à la droite $(AB)$.

1. Construis les points $M'$ et $N'$, images respectives des points $M$ et $N$, par la translation qui transforme $A$ en $B$.
2. (a) Pourquoi $ABM'M$ est un parallélogramme ?
   Soit $I$ son centre. Précise sa position.
   (b) Pourquoi $ABN'N$ est un parallélogramme ?
   Soit $J$ son centre. Précise sa position.
   (c) Déduis-en que les droites $(MM')$ et $(NN')$ sont parallèles.
3. (a) Prouve que les droites $(IJ)$ et $(MN)$ sont parallèles.
   (b) Prouve que les droites $(IJ)$ et $(M'N')$ sont parallèles.
   (c) Déduis-en que les droites $(MN)$ et $(M'N')$ sont parallèles.
4. (a) Quelle est la nature du quadrilatère $MM'N'N$ ? Justifie la réponse.
   Par quelle translation, $N'$ est-il l'image de $N$ ? Justifie la réponse
   (b) Prouve que $MN = M'N'$.

**Exercice 73 :** 2 Soit le triangle $ABC$ tel que $AC = 4,8\,cm$, $AB = 6,4\,cm$ et $BC = 8\,cm$.

1. Construis le triangle $ABC$.
2. Démontre que le triangle $ABC$ est rectangle en $A$.
3. Construis la droite $(d)$ perpendiculaire en $C$ à la droite $(BC)$ ; cette droite $(d)$ coupe la droite $(AB)$ en un point $E$.
4. (a) Exprime de deux façons différentes $\cos\widehat{ABC}$.
   (b) Déduis-en que $BE = 10\,cm$
5. Calcule la longueur $EC$.

**Exercice 74 :** 3

1. Calcule
$$A = \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{4}\right) \times \frac{14}{15} \qquad B = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} \div \frac{2}{5}$$
2. (a) Développe et réduis les expressions suivantes
$$C = x(2+x) + 4(x-1) \qquad D = x(x-2) - 5(2-x)$$
   (b) Calcule la valeur des expressions $C$ et $D$ pour $x = 1$.
3. Ecris les expressions suivantes sous formes décimale et scientifique.
$$E = 4 \times 10^5 \times 7 \times 10^{-3} \qquad F = \frac{12 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^8}{3 \times 10^4}$$