

4^e - Activité : Pythagore, application et réciproque

Première activité : application de théorème de Pythagore

On donne les résultats suivants en rappelant que a^2 signifie $a \times a$:

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

a	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
a^2	121	144	169	196	225	256	289	324	361	400

1. Dans chacun des cas suivants, calculer la longueur inconnue :

1. $\begin{cases} AC = 3 \\ AB = 4 \\ BC = x \end{cases}$

2. $\begin{cases} AC = 6 \\ AB = 8 \\ BC = x \end{cases}$

3. $\begin{cases} AC = 4,8 \\ AB = 1,4 \\ BC = x \end{cases}$

4. $\begin{cases} AC = 12 \\ AB = 5 \\ BC = x \end{cases}$

5. $\begin{cases} AC = x \\ AB = 40 \\ BC = 41 \end{cases}$

6. $\begin{cases} AC = 1 \\ AB = 2 \\ BC = x \end{cases}$

2. Énoncer une méthode pour calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle connaissant les longueurs des deux autres côtés dans chacun des cas suivants :
- (a) « on connaît la longueur des deux côtés de l'angle droit » ;
 - (b) « on connaît la longueur d'un côté de l'angle droit et la longueur de l'hypoténuse ».

Deuxième activité : réciproque du théorème de Pythagore

Partie I

1. Construire deux triangles quelconques dont les longueurs des côtés sont les mêmes.
2. Mesurer les angles de ces deux triangles.
3. Que peut-on dire des angles de ces triangles ?

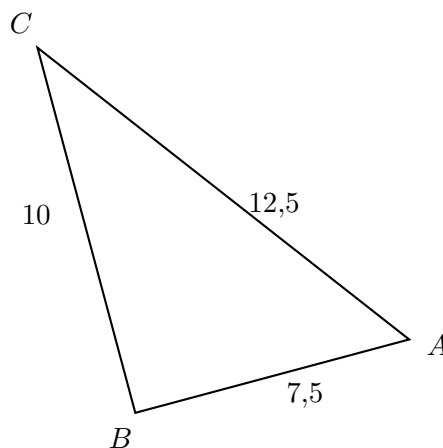
Partie II

On considère un triangle comme ci-contre.

1. Vérifier à l'aide de la calculatrice que l'on a :

$$7,5^2 + 10^2 = 12,5^2$$

2. Quelle est la nature du triangle ABC ? Énoncer une *conjecture* qui ressort de cette étude.



Partie III : justifions cette conjecture

1. Construire un triangle MNP rectangle en N avec $NP = 10$ cm et $MN = 7,5$ cm.
2. Calculer la longueur du segment $[MP]$ à l'aide du théorème de Pythagore.
3. Conclure quant à la nature du triangle ABC de la partie II.
4. Énoncer la propriété que nous venons de justifier.

Troisième activité : démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle

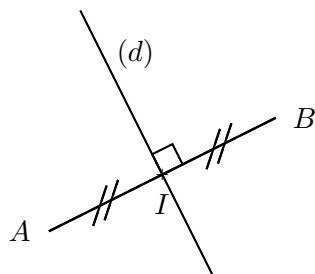
On donne un triangle ABC avec : $AB = 3$; $AC = 4$ et $BC = 4,99$.

Connaissant la propriété de Pythagore, comment peut-on démontrer que le triangle ABC n'est pas un triangle rectangle ?

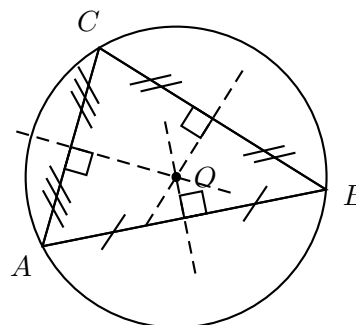
Quatrième activité : triangle rectangle et cercle circonscrit

On s'intéresse au cercle circonscrit à un triangle rectangle. On rappelle les définitions suivantes :

Définition 0.1. On appelle médiatrice d'un segment l'axe de symétrie de ce segment. En particulier, la médiatrice d'un segment $[AB]$ est la droite (d) perpendiculaire à la droite (AB) et qui passe par le milieu I de $[AB]$.



Définition 0.2. On appelle cercle circonscrit à un triangle ABC le cercle passant par les trois sommets A , B et C du triangle ABC . Le centre O du cercle circonscrit à un triangle est le point à l'intersection des trois médiatrices des côtés du triangle.



Questions.

1. Construire un triangle ABC rectangle en B .
2. Construire le point D tel que $ABCD$ soit un rectangle.
3. Tracer les deux axes de symétrie (Δ_1) et (Δ_2) du rectangle $ABCD$.
4. Que peut-on dire sur le point d'intersection des axes (Δ_1) et (Δ_2) ?
5. En déduire une particularité que possède le cercle circonscrit à un triangle rectangle ?